LAVORO ED ENERGIA

Fisica

Medicina Veterinaria

Dott. Nicola Nicassio
Dipartimento interateneo di Fisica
nicola.nicassio@uniba.it

Lavoro ed Energia

Finora abbiamo studiato la meccanica utilizzando concetti come posizione, velocità, accelerazione:
→ Dipendenza dal tempo: **r(t), v(t), a(t)**

È possibile una trattazione alternativa, svincolata dal tempo, utilizzando nuovi concetti come lavoro ed energia

- La convenienza di uno o l'altro approccio dipende dal particolare problema in esame

Consideriamo il moto di un oggetto vincolato a muoversi su una traiettoria prestabilita, ad esempio:

- Una locomotiva vincolata a muoversi sui binari

Applichiamo (separatamente) 3 forze alla locomotiva: $\mathbf{F_1}$, $\mathbf{F_2}$, $\mathbf{F_3}$.

- Le tre forze hanno lo stesso modulo ma formano angoli diversi con la direzione del moto.

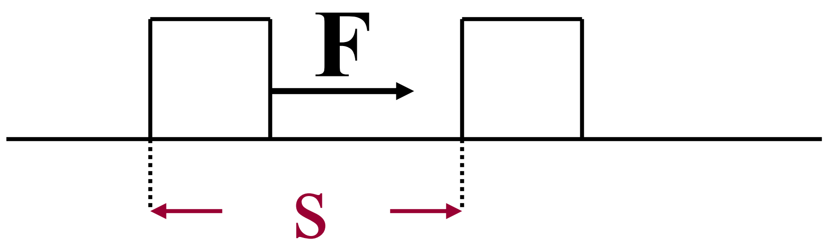
Con quale delle tre forze otteniamo una accelerazione maggiore?

Esigenza di mettere in relazione forze applicate e spostamenti del punto materiale

Definizione di lavoro

F = forza **costante**

applicata ad un punto materiale che si sposta <u>nella stessa direzione in cui agisce la forza</u>



$L = F \cdot s$ lavoro compiuto da **F**

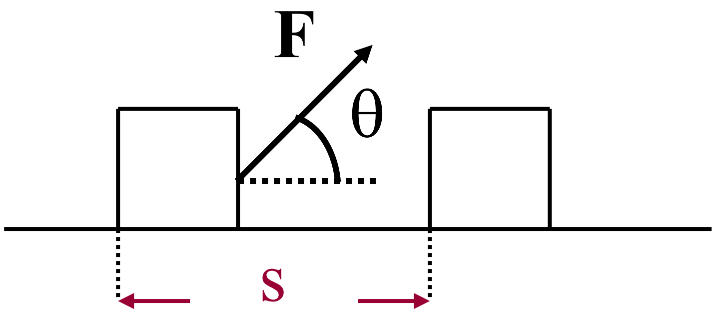
Lavoro forza costante

F = forza costante che <u>non agisce nella direzione del moto</u>

Prodotto scalare

$$L = \mathbf{F} \bullet \mathbf{s} = F \cdot s \cos\theta$$

lavoro compiuto da **F**

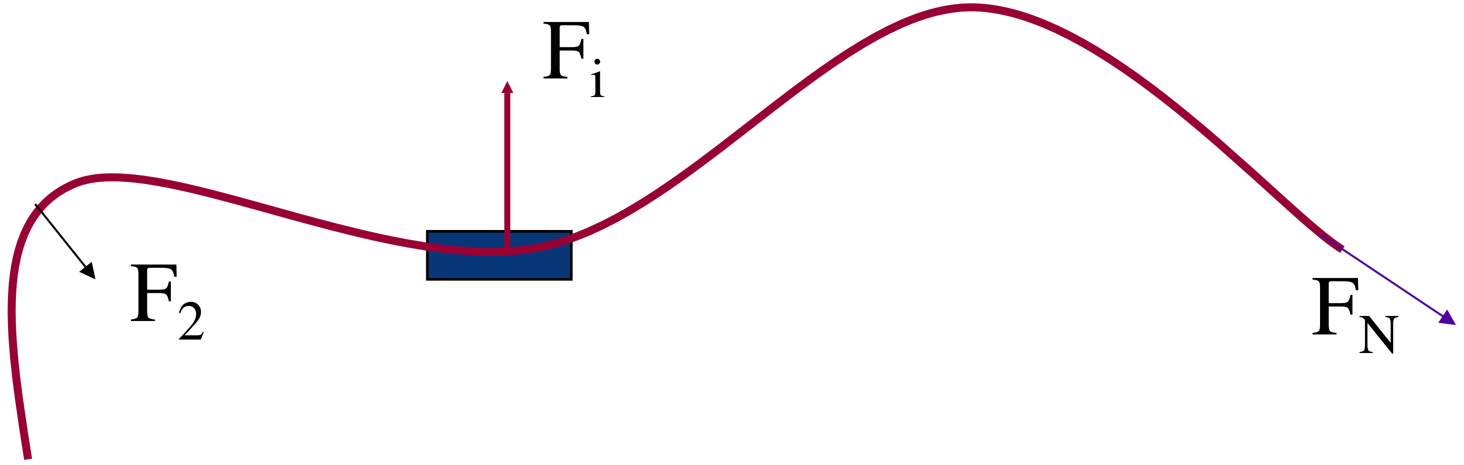


L grandezza scalare

Unità di misura: Joule $\quad 1\ J = 1\ N \cdot 1m$

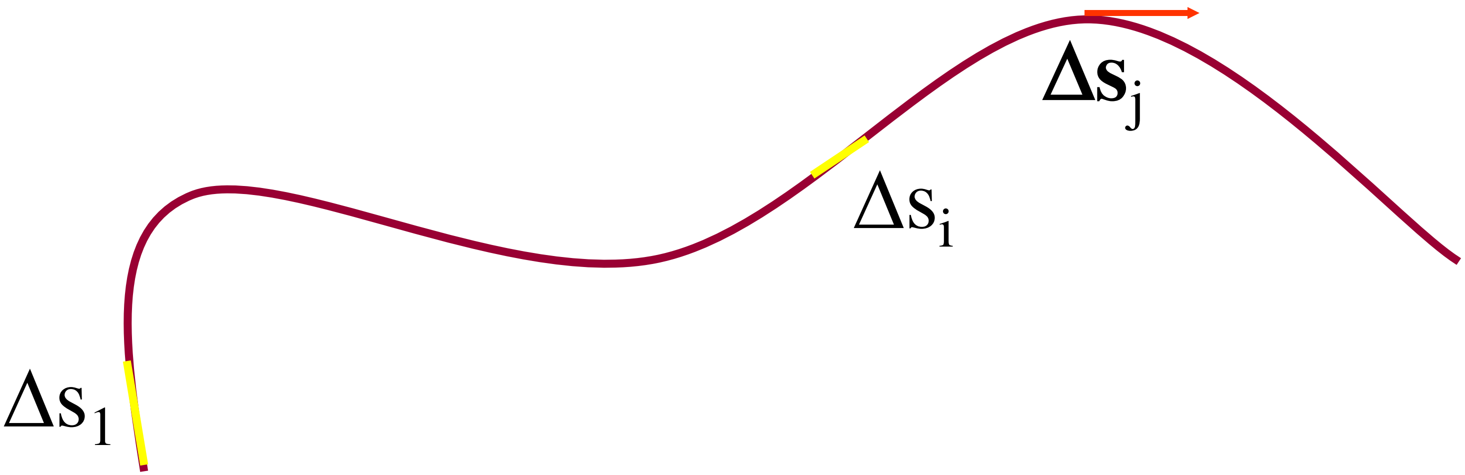
Lavoro forza costante

Si consideri un punto materiale in moto su una traiettoria curvilinea e soggetto ad una forza non costante.



vettorizzare una traiettoria

- Si divide la traiettoria s in N piccoli tratti Δs_i.
- Ogni tratto Δs_i viene trasformato nel vettore $\Delta \mathbf{s}_i$:
  - Modulo pari a Δs_i;
  - Direzione tangente alle traiettoria in ogni punto;
  - Verso da 1 → N, cioè il verso di percorrenza della traiettoria

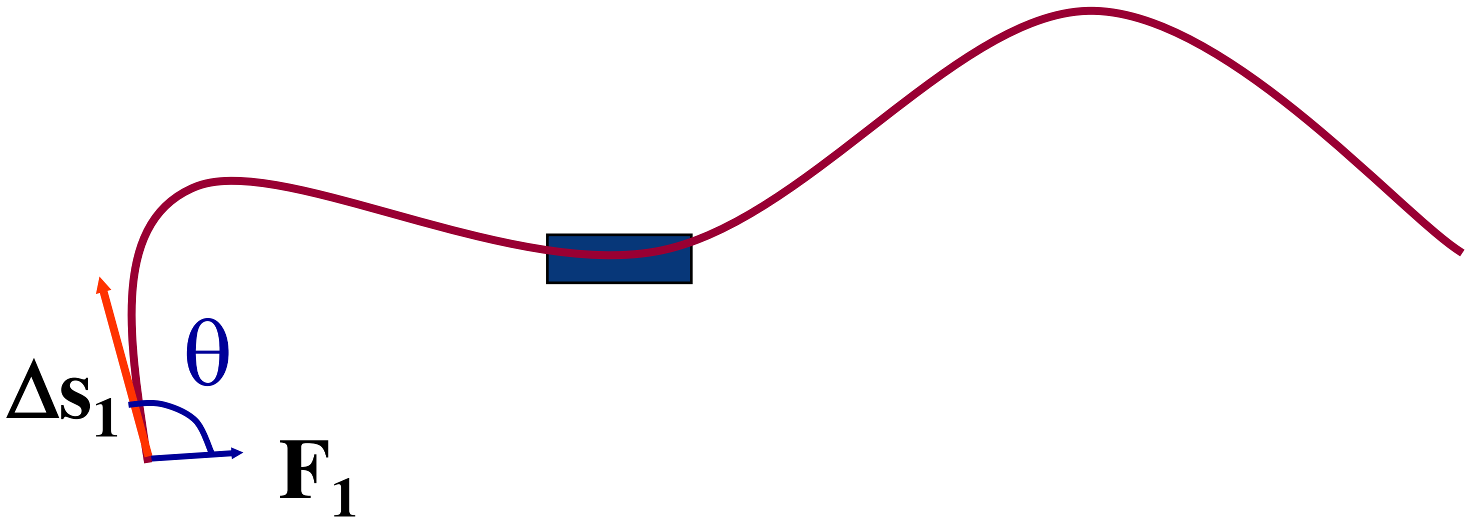


Lavoro parziale

- definiamo il lavoro compiuto dalla forza nel "primo" tratto:

$$L_1 = \vec{F}_1 \cdot \Delta\vec{s}_1 = F_1 \Delta s_1 \cos\vartheta$$

- Analogamente si calcolano $L_2, \ldots, L_i, \ldots, L_N$.



Lavoro di una Forza

- Dati i vettori $\Delta\mathbf{s}_i$, con i = 1,…,N
- Consideriamo i valori delle forze applicate al punto materiale corrispondenti: $\mathbf{F}_i$
- **Importante:** $\Delta\mathbf{s}_i$ e $\mathbf{F}_i$ **sono vettori!!!**

$$L = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{F}_i \bullet \Delta\mathbf{s}_i$$

Si calcola il prodotto scalare tra il vettore $\mathbf{F}_i$ nel tratto i-esimo, e $\Delta\mathbf{s}_i$ e poi si esegue la sommatoria.

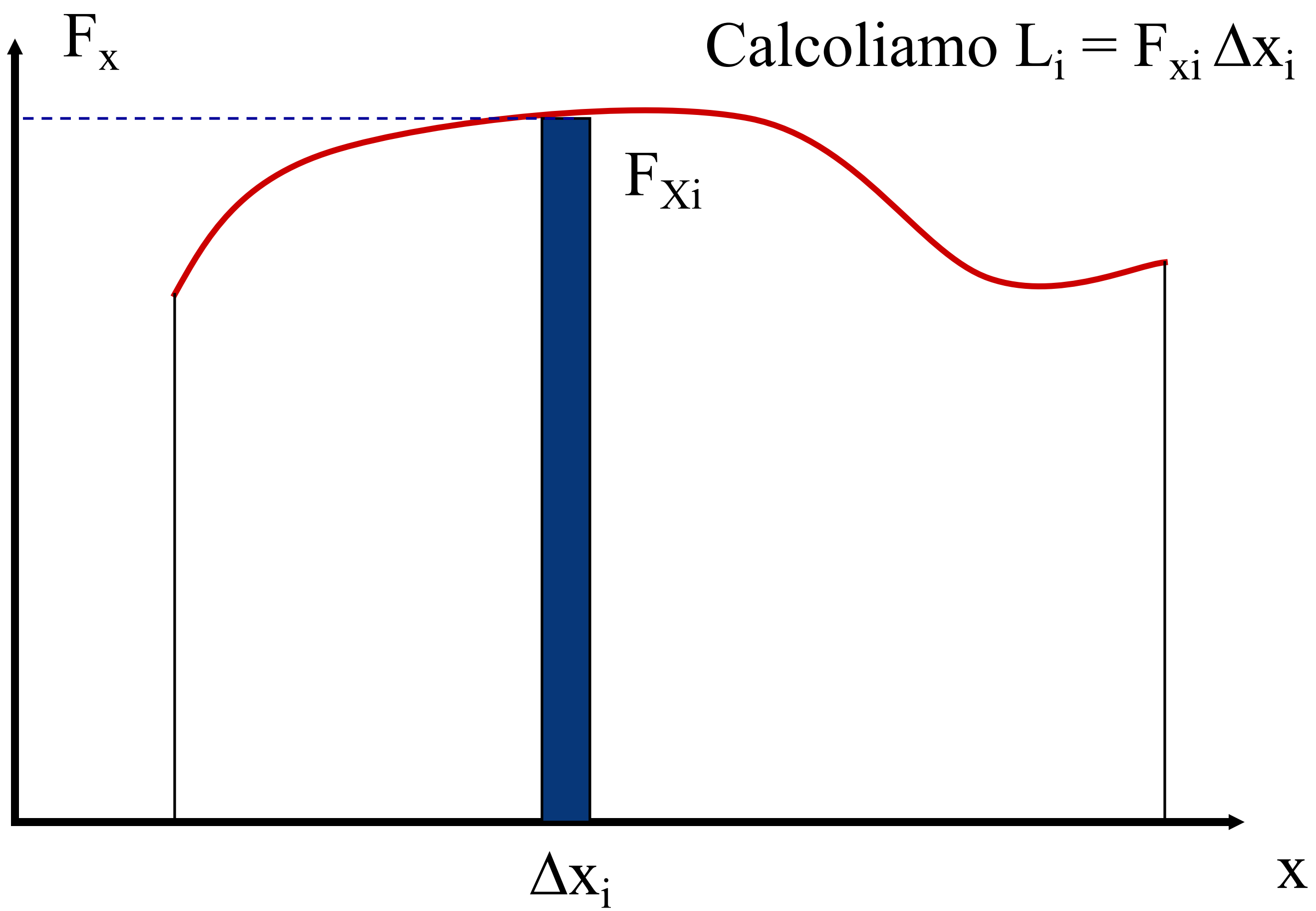
- Più rigorosamente

$$L\,(\vec{a} \to \vec{b}) = \int_{\vec{a}}^{\vec{b}} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

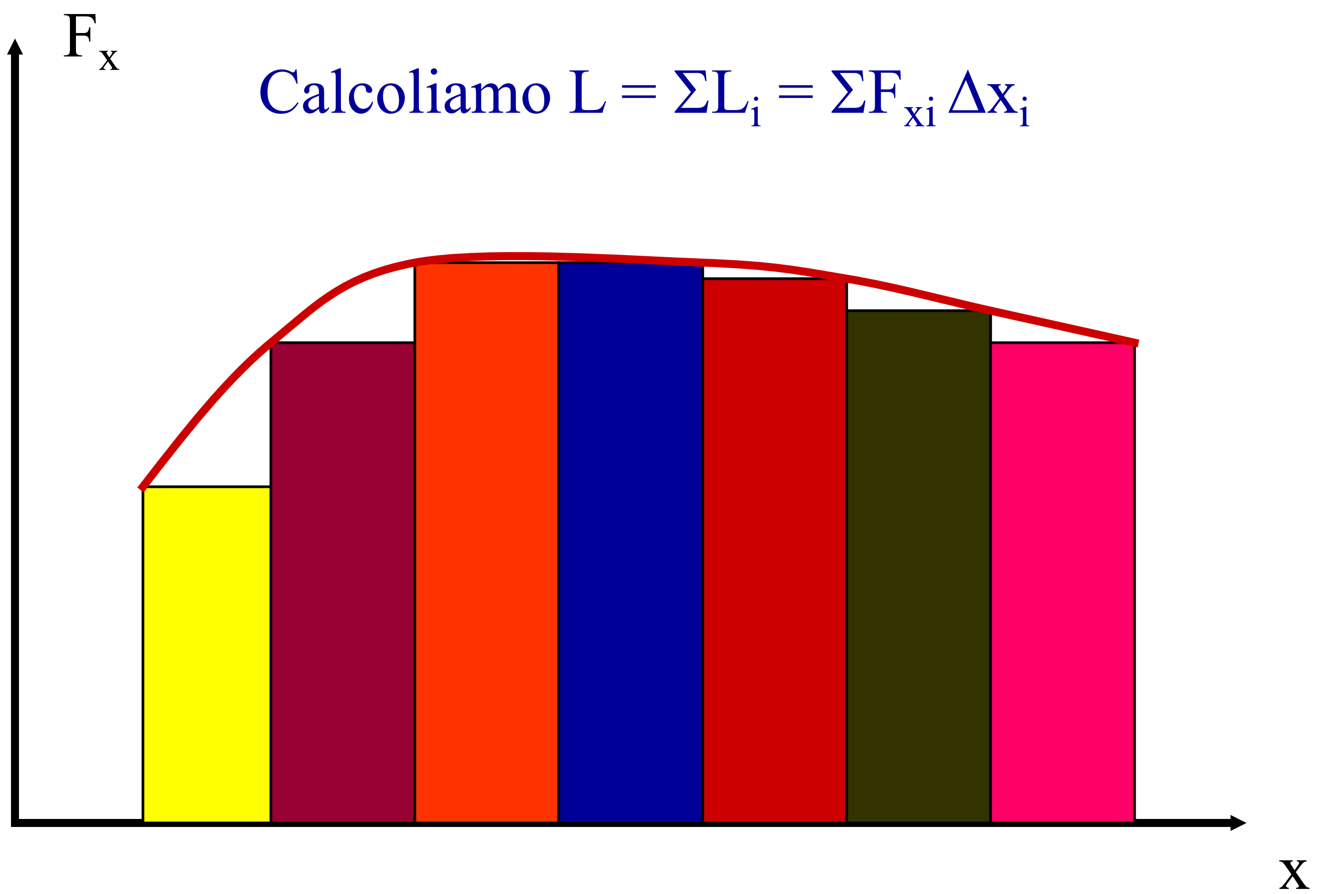
Integrale di linea (lungo il cammino)

Interpretazione geometrica del Lavoro

Calcoliamo $L_i = F_{xi}\,\Delta x_i$

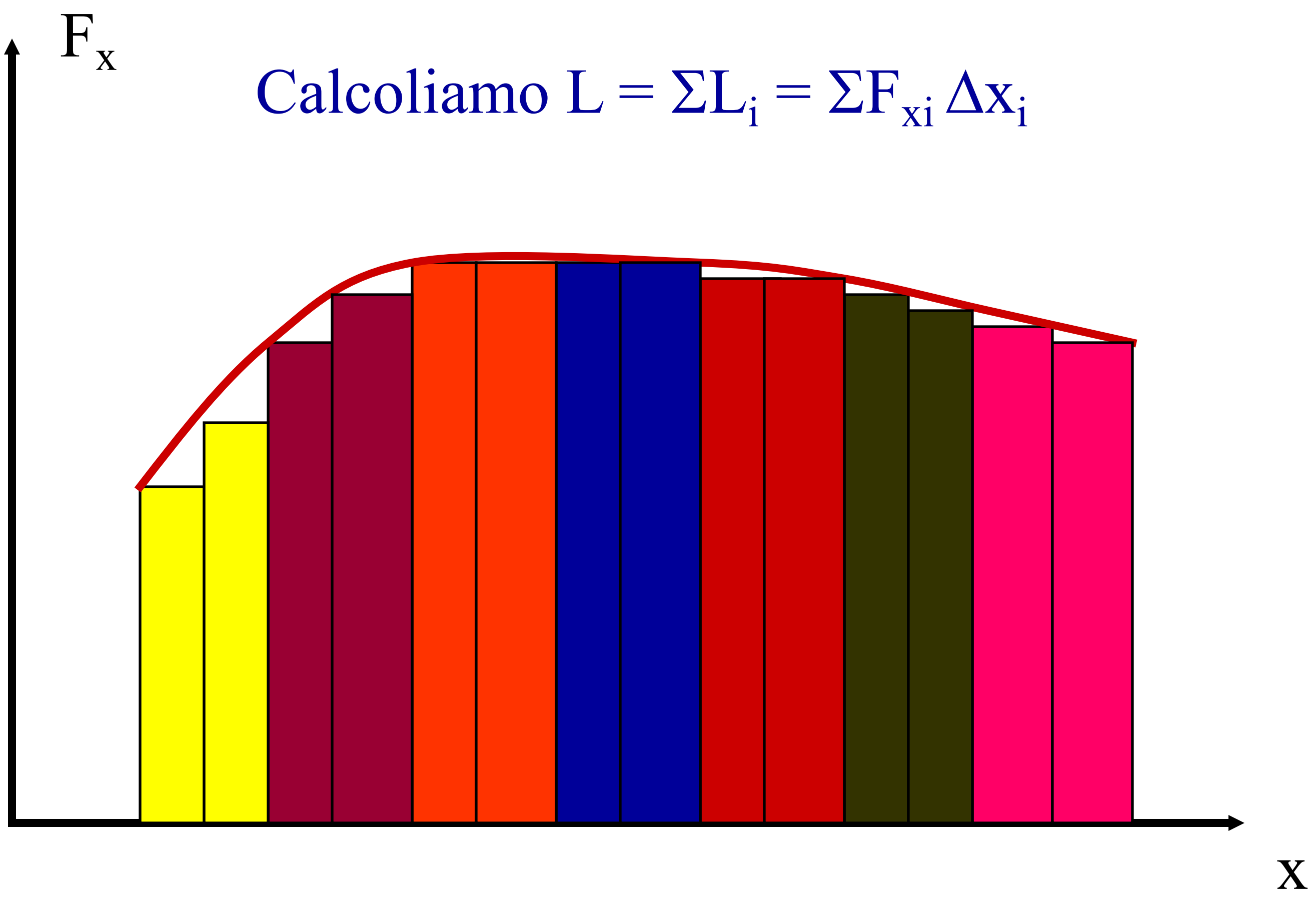


Interpretazione geometrica del Lavoro



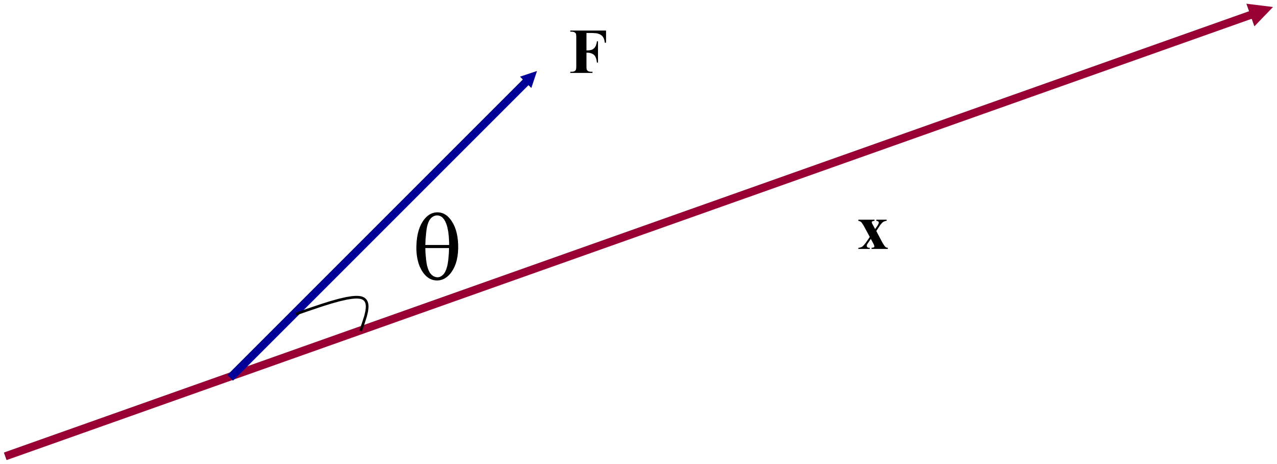
Interpretazione geometrica del Lavoro

Calcoliamo $L = \Sigma L_i = \Sigma F_{xi} \, \Delta x_i$



Casi Particolari

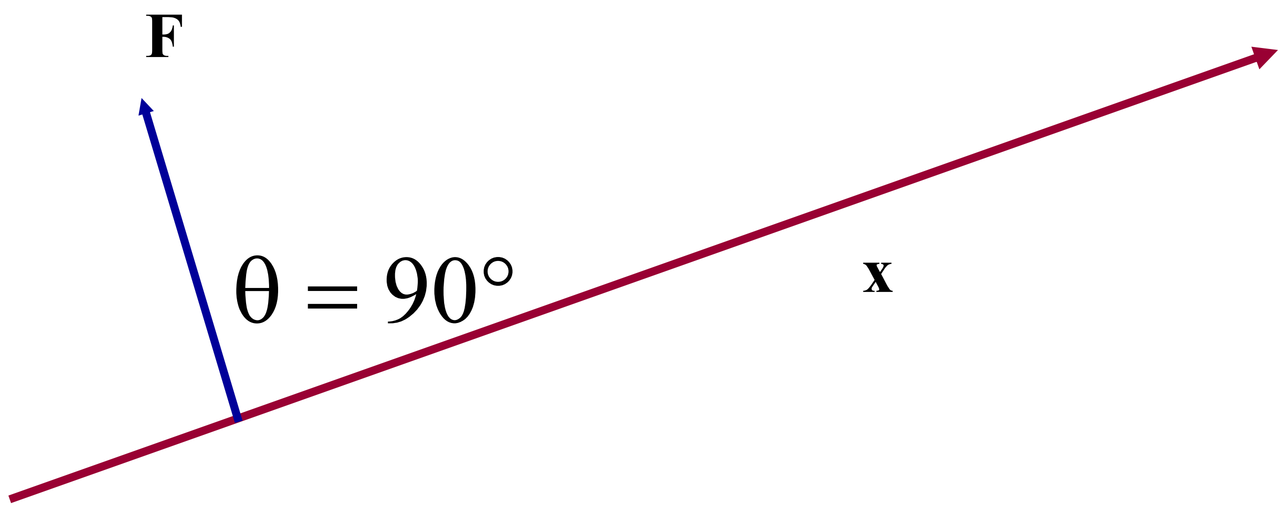
1) Vettore forza costante &Traiettoria rettilinea



$L = Fx\cos\theta$

Casi (MOLTO) Particolari -1-

2) Vettore forza costante & Traiettoria rettilinea & $\theta = 90°$

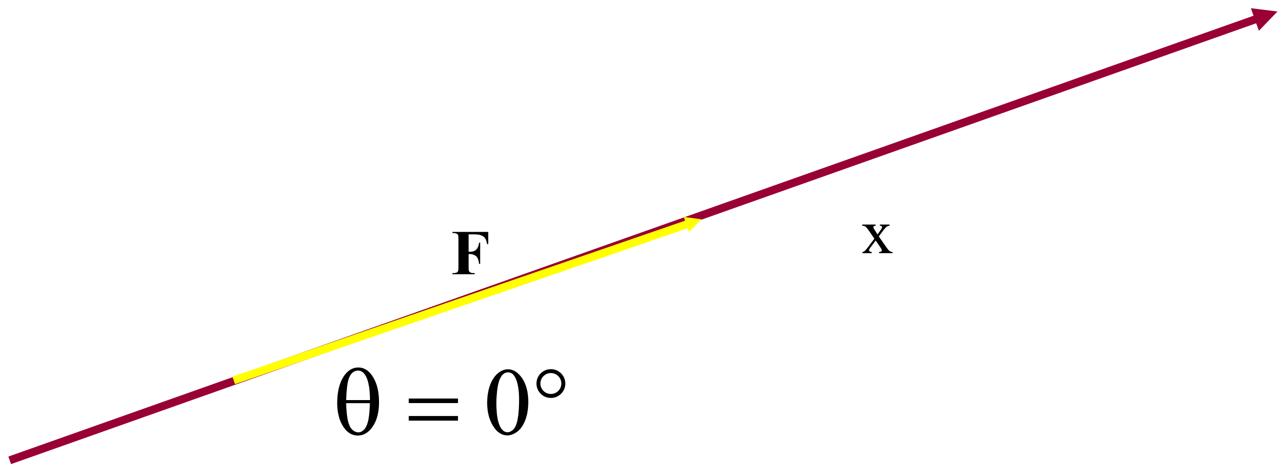


$L = 0$

(caso del moto di una particella carica in un campo magnetico)

Casi (MOLTO) Particolari -2-

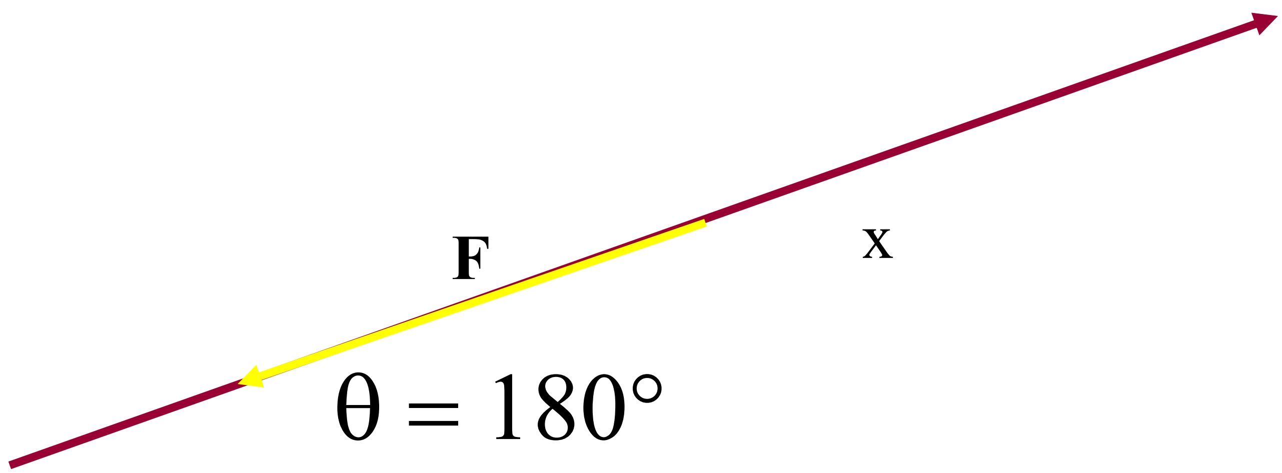
3) Vettore forza costante & Traiettoria rettilinea & $\theta = 0°$



$L = Fx$
(lavoro motore)

Casi (MOLTO) Particolari -3-

4) Vettore forza costante & Traiettoria rettilinea & $\theta = 180°$



$L = -Fx$

(lavoro resistente)

Unità di Misura e dimensioni del Lavoro

$$[L] = \left[\sum_{i=1}^{N} \mathbf{F_i} \bullet \Delta \mathbf{s_i} \right] = \ldots\ldots\ldots$$

$$1 Newton * metro = 1 Joule$$

Potenza

Si definisce la potenza sviluppata dalla forza **F**:

$$\boxed{P = \frac{L}{\Delta t} = F \bullet \frac{\Delta s}{\Delta t} = F \bullet v}$$

Potenza = lavoro erogato per unità di tempo

Unità di misura: Joule/secondo = J/s = Watt (W)

Se due macchine compiono lo stesso lavoro, ma una impiega meno tempo, questa eroga una maggiore potenza

Teorema dell'energia cinetica

$$L = F \cdot s = m \cdot a \cdot s = m \frac{v_2 - v_1}{t} \frac{v_2 + v_1}{2} t$$

$$= \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

Il risultato è ottenuto nel caso particolare di forza costante, ma si prova che il risultato ha validità generale

Ponendo $K = \frac{1}{2} mv^2$

$L = K2 - K1 \Rightarrow L = \Delta K$

Il lavoro totale compiuto su di un oggetto e' uguale alla variazione della sua energia cinetica.

Teorema energia cinetica

Energia cinetica

- Il lavoro effettuato da una forza su un corpo ha l'effetto di variare la sua quantità di energia cinetica.

- L'energia cinetica è una forma di energia legata allo stato di moto di un corpo, e posseduta da tutti i corpi in movimento.

- Quantitativamente, l'energia cinetica di un corpo di massa m che si muove a velocità v, è il lavoro necessario per portare tale corpo da velocità nulla alla velocità v.

Osservazione

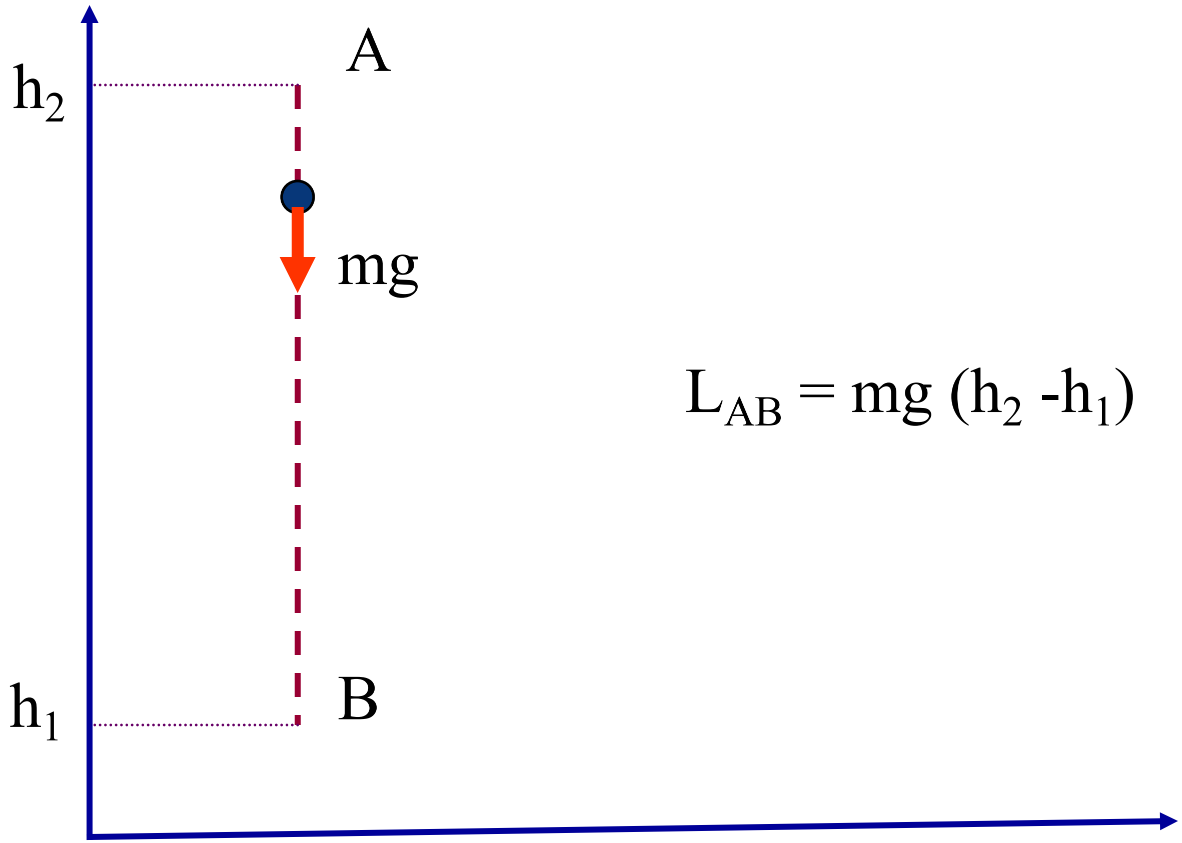
In presenza di più forze agenti sul punto materiale, il teorema dell'energia cinetica diviene:

$$L_{TOT} = L_1 + L_2 + \ldots . + L_N = \Delta E_K$$

Calcolo del lavoro di specifiche forze

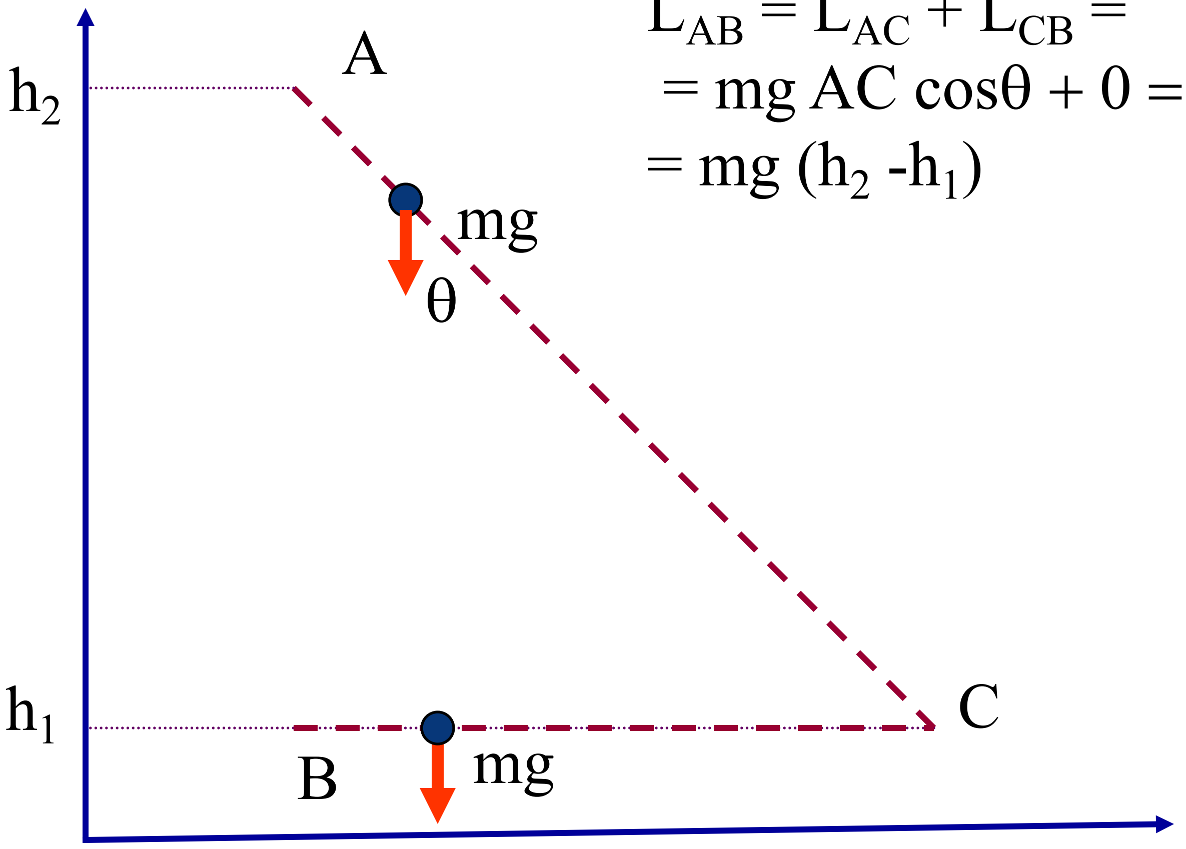
- Forza peso
- Forza elastica
- Forza di attrito

Lavoro della forza peso



$$L_{AB} = mg\,(h_2 - h_1)$$

Lavoro della forza peso

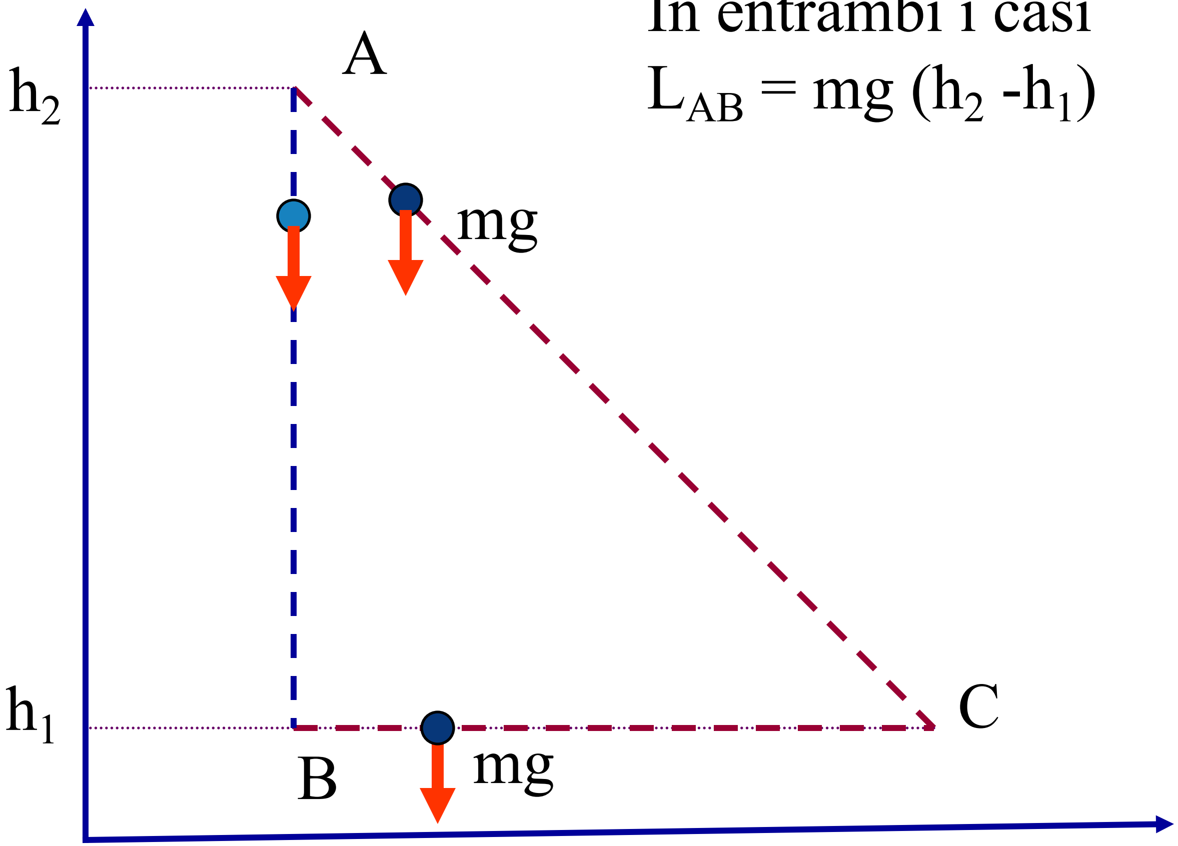


$$L_{AB} = L_{AC} + L_{CB} =$$
$$= mg\ AC\ \cos\theta + 0 =$$
$$= mg\ (h_2 - h_1)$$

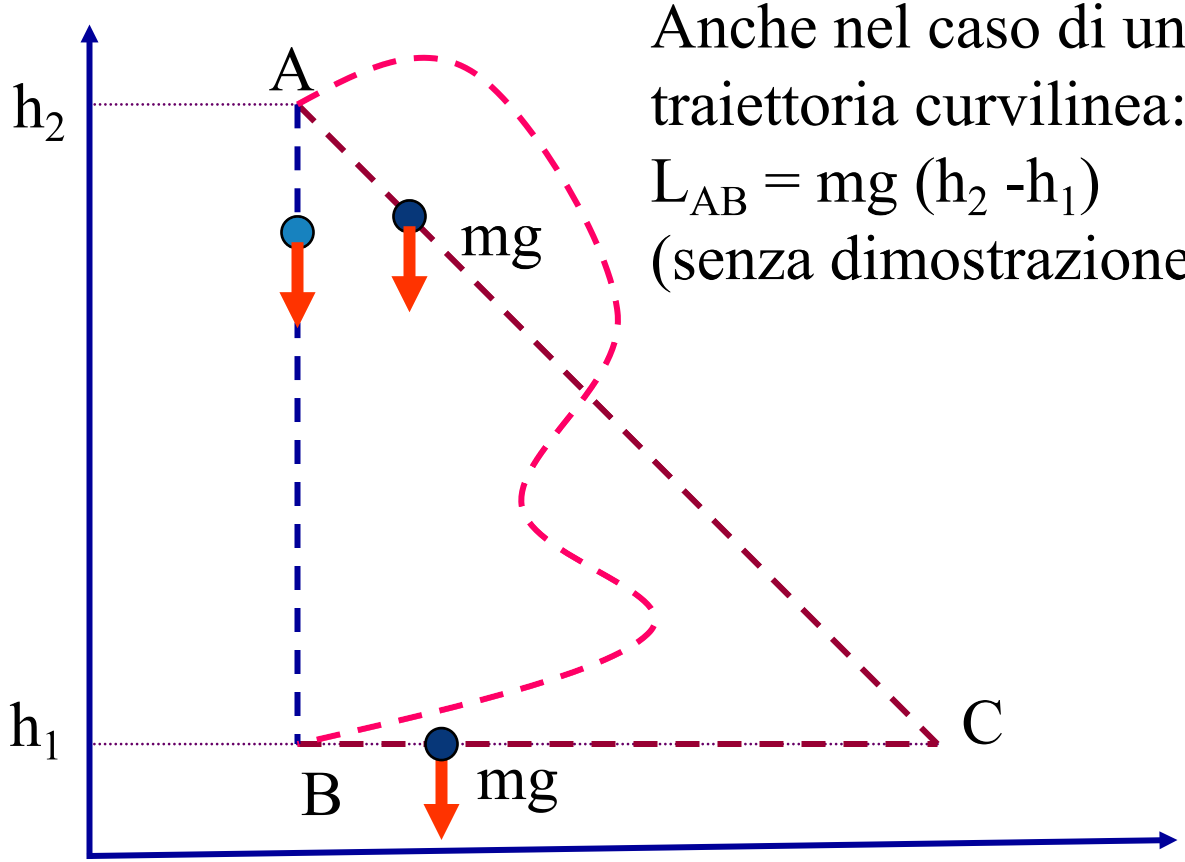
Lavoro della forza peso

In entrambi i casi

$L_{AB} = mg\ (h_2 - h_1)$



Lavoro della forza peso

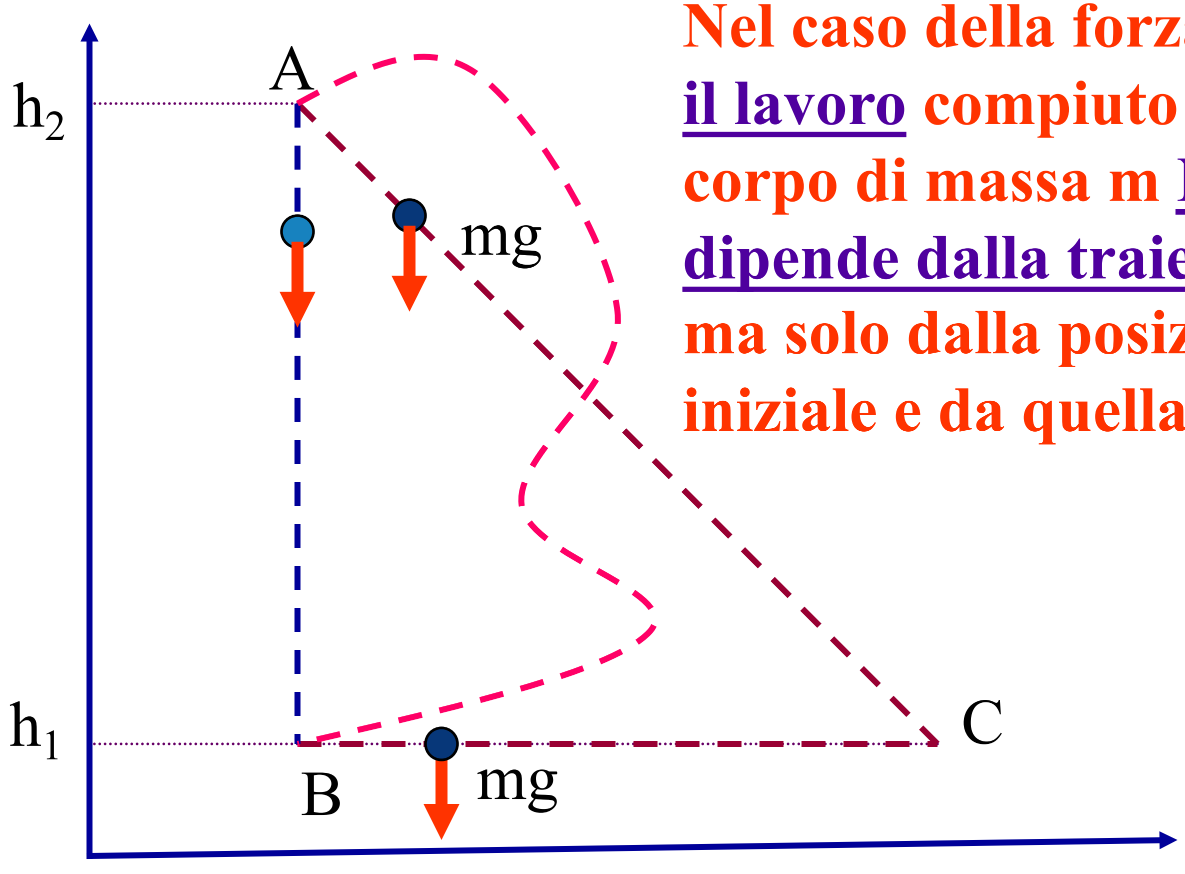


Anche nel caso di una traiettoria curvilinea:

$L_{AB} = mg\,(h_2 - h_1)$

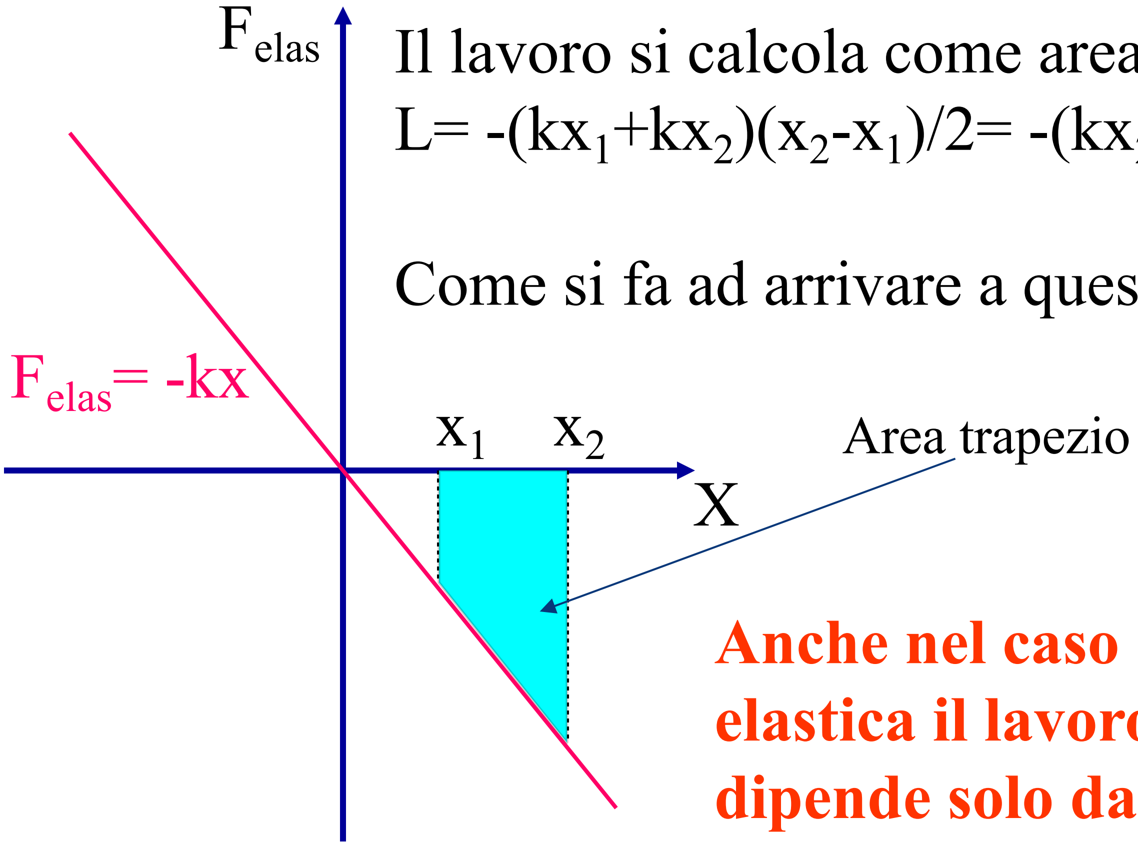
(senza dimostrazione)

Lavoro della forza peso



Nel caso della forza peso <u>il lavoro</u> compiuto sul corpo di massa m <u>NON dipende dalla traiettoria</u> ma solo dalla posizione iniziale e da quella finale.

Lavoro della forza elastica



Il lavoro si calcola come area sottesa dalla curva:

$L= -(kx_1+kx_2)(x_2-x_1)/2= -(kx_2^2-kx_1^2)/2$

Come si fa ad arrivare a questo risultato?

Anche nel caso della forza elastica il lavoro compiuto dipende solo dalla posizione iniziale e da quella finale.

Prime Conclusioni

Ci sono forze (per es. la forza peso, la forza elastica) il cui lavoro NON dipende dal percorso (compiuto dal punto materiale o dalla estremità della molla) ma solo dalla posizione iniziale e finale.

Esistono anche forze (per es. la forza di attrito) il cui lavoro invece dipende dal percorso compiuto dal punto materiale

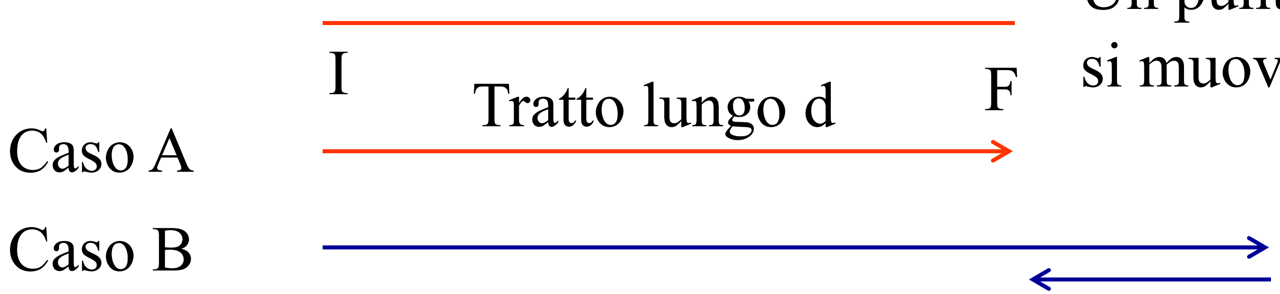
Lavoro della forza d'attrito

Un punto materiale si muove da I verso F.

In entrambi i casi il punto materiale di massa m parte da I ed arriva ad F, MA segue due percorsi diversi.

Lavoro della forza d'attrito

Un punto materiale
si muove da I verso F



$L_A = -\mu mgd$

$L_B = -\mu mg(d+h) - \mu mgh$

Nel caso della forza d'attrito il lavoro compiuto dipende dal percorso, a parità di posizione iniziale e finale.

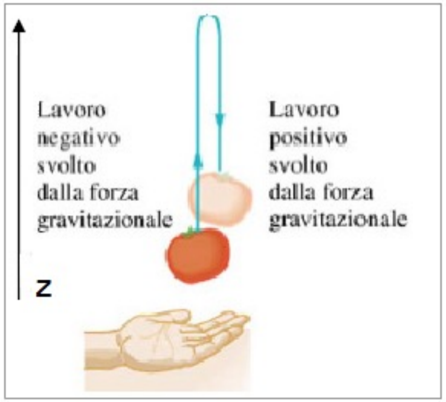
Forze Conservative

Le forze come la forza peso e la forza elastica si dicono *conservative*.

Le forze come la forza di attrito si dicono non conservative o dissipative.

SOLO IN PRESENZA DI FORZE CONSERVATIVE possiamo DEFINIRE l'energia POTENZIALE.

Forze Conservative: *forza peso*



- ✓ Il lavoro svolto dalla forza peso su un corpo di massa m per uno spostamento da z_i a z_f è dato da:

$$L = mg(z_i - z_f)$$

- ✓ La forza peso è conservativa. Possiamo pertanto definire l'energia potenziale gravitazionale:

$$U_g(z) = mgz + C$$

tale che $L = -\Delta U_g = U_g(z_i) - U_g(z_f)$.

Se assumiamo $U_g(z=0)=0$ ($\Rightarrow$ C=0), risulta:

$$U_g(z) = mgz$$

Forze Conservative: *forza elastica*

- ✓ Il lavoro compiuto dalla forza elastica per un generico spostamento $\Delta x = x - x_0$ è dato da:

$$L = \frac{1}{2}kx_0^2 - \frac{1}{2}kx^2$$

- ✓ La forza elastica è conservativa. Possiamo pertanto definire l'energia potenziale elastica:

$$U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2 + C$$

tale che $L = -\Delta U_e = U_e(x_0) - U_e(x)$.

Se assumiamo $U_e(x_0=0)=0$ ($\Rightarrow$ C=0), risulta:

$$\boxed{U_e(x) = \frac{1}{2}kx^2}$$

Energia meccanica e sua conservazione

- ✓ Si definisce **energia meccanica** la somma di energia cinetica ed energia potenziale: $$E_m = E_k + U$$

- ✓ Per il teorema del lavoro e dell'energia cinetica, si ha: $L = \Delta E_k$.
- ✓ **In presenza di sole forze conservative**, risulta inoltre: $L = -\Delta U$.

Pertanto:

$$L = \Delta E_k = -\Delta U \Rightarrow \Delta(E_k + U) = 0 \Rightarrow \Delta(E_m) = 0$$

$\Rightarrow E_m =$ costante - **l'energia meccanica si conserva** –

Il lavoro compiuto a spese della diminuzione dell'energia potenziale determina un corrispondente aumento dell'energia cinetica e viceversa. Durante il moto, si verifica una continua trasformazione da una forma all'altra di energia mediante lavoro compiuto (fatto dalla forza in esame) o assorbito (lavoro fatto contro la forza in esame). L'energia meccanica totale resta invariata.

NON Conservazione della Energia meccanica

✓ **In presenza di forze conservative e non conservative**, risulta:

$$L = L_C + L_{NC} = -\Delta U + L_{NC} = \Delta E_k \qquad \boxed{\Rightarrow L_{NC} = \Delta E_m}$$

L'energia meccanica non resta costante. La variazione di energia meccanica è pari al lavoro delle sole forze non conservative.

Esempio: corpo in moto su di un piano scabro

Principio di conservazione dell' Energia per sistemi isolati

Energia Totale = Energia Meccanica + altre forme di energia

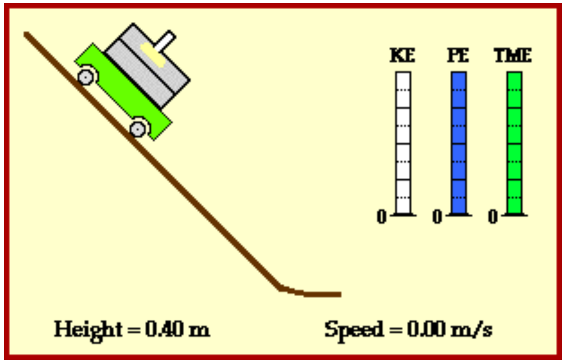
✓ **L'energia totale di un sistema può variare solo se vi è trasferimento di energia tra il sistema e l'ambiente.**

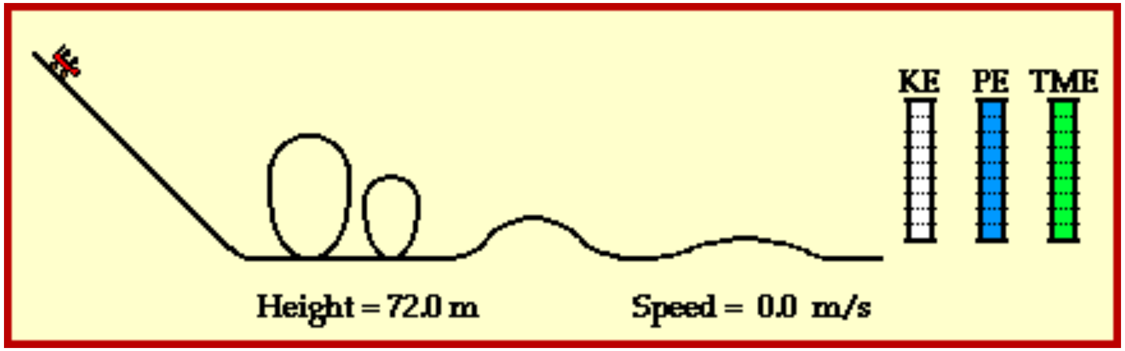
Per un sistema isolato vale il principio di conservazione dell'energia:

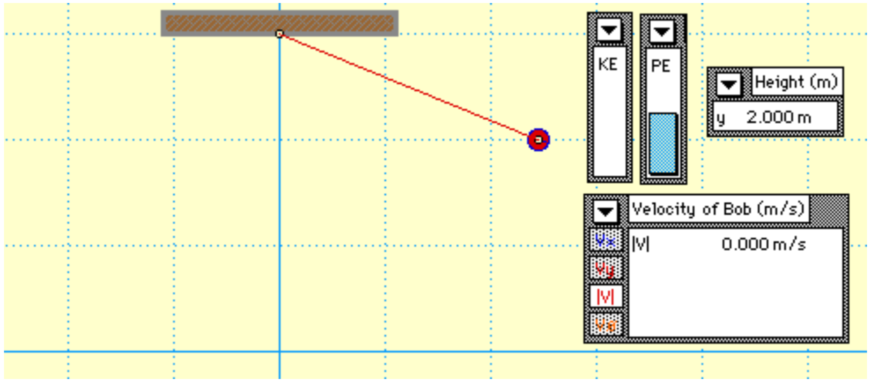
l'energia totale di un sistema isolato si conserva.

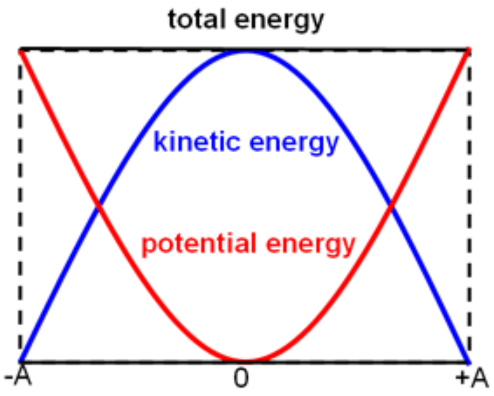
Nell'esempio precedente (corpo in moto lungo un piano scabro), se si considera il sistema (isolato) corpo + piano e si includono, nel bilancio energetico, tutte le forme di energie coinvolte, ovvero energia meccanica ed energia termica, si verifica che l'energia totale resta costante durante il moto.

Alcuni esempi animati



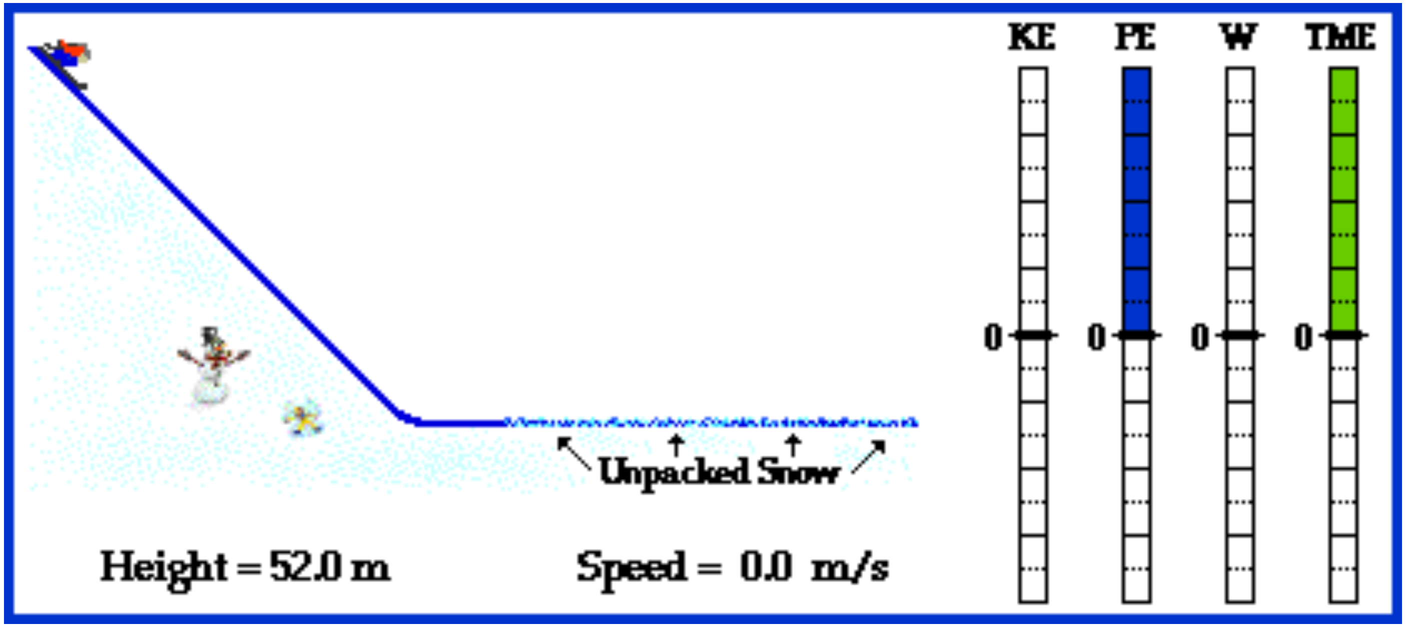






Esempio animato

Come esempi precedenti, ma con un tratto rettilineo con attrito, in cui l'energia cinetica (e meccanica) viene dissipata:



Conclusioni

Ci sono forze (la forza peso, la forza elastica) il cui lavoro NON dipende dal percorso (fatto compiere al punto materiale o alla estremità della molla) ma solo dal punto iniziale e finale.

Forze conservative

Per altre forze, invece (come la forza di attrito), il lavoro compiuto dipende anche dal percorso, anche a parità di punto iniziale e finale

Forze non conservative (o dissipative)

Riepilogo finale

- **Teorema dell'energia cinetica (sempre valido):**
  $L = \Delta E_K$
- **Per le forze conservative:**
  $L = -\Delta E_p$
- **Forze <u>conservative</u>: l'energia meccanica E_M si conserva:**
  $E_M = E_K + E_p = \text{costante}$
- **Forze <u>non conservative</u> → dissipazione dell'E_M:**
  $L_{NC} = \Delta E_M$