

<b>Nome docente</b>	Tagliatela Giovanni
<b>Corso di laurea</b>	Scienze Statistiche
<b>Insegnamento</b>	Algebra lineare
<b>Anno accademico</b>	2020/2021
<b>Periodo di svolgimento</b>	I semestre
<b>Crediti formativi universitari (CFU)</b>	6 CFU
<b>Settore scientifico disciplinare</b>	MAT/03
<b>Pagina web docente</b>	<a href="http://www.uniba.it/docenti/tagliatela-giovanni">http://www.uniba.it/docenti/tagliatela-giovanni</a>

### **Pre-requisiti**

Non sono richiesti particolari prerequisiti, tuttavia le nozioni del corso di Istituzioni di Analisi Matematica saranno utili per meglio comprendere alcuni argomenti del corso.

### **Conoscenze e abilità da acquisire (Obiettivi)**

Il corso si propone di fornire gli strumenti del calcolo vettoriale e matriciale. Tali argomenti saranno utili per affrontare con successo altri insegnamenti del corso di laurea e la successiva attività professionale di statistico. Le lezioni sono orientate a potenziare ed affinare le capacità logiche deduttive e il senso critico dello studente, per abituarlo ad esprimersi con precisione e proprietà di linguaggio.

### **Programma dettagliato**

Vettori in  $\mathbb{R}^n$

Riferimento cartesiano nel piano e nello spazio tridimensionale. Vettori piani e nello spazio tridimensionale e relative operazioni. Vettori in  $\mathbb{R}^n$ ; somma di due vettori, prodotto di uno scalare per un vettore, prodotto scalare di due vettori e relative proprietà. Vettori ortogonali in  $\mathbb{R}^n$ . Norma e distanza euclidea in  $\mathbb{R}^n$ .

Matrici

Matrici di tipo  $m$  per  $n$ . Matrici quadrate. Matrici triangolari superiori o inferiori. Matrici diagonali. Matrici a blocchi. Matrice trasposta. Operazioni tra matrici: somma di due matrici, prodotto di una matrice per uno scalare, prodotto matriciale righe per colonne. Operazioni elementari sulle righe di una matrice. Passo di pivot. Algoritmo di Gauss Jordan.

Generalità sui sistemi lineari.

Determinanti

Determinante di una matrice quadrata e relative proprietà. Calcolo del determinante con l'algoritmo di Gauss Jordan e con la regola di Laplace. Matrici quadrate invertibili e relativa inversa. Calcolo della matrice inversa di una matrice quadrata invertibile con l'algoritmo di Gauss-Jordan. Teorema di Cramer. Calcolo della matrice inversa di una matrice quadrata invertibile con il metodo della matrice aggiunta.

Spazi vettoriali

Spazi vettoriali e sottospazi vettoriali. Sottospazio generato da un insieme finito di vettori. Vettori linearmente dipendenti o indipendenti sistema di generatori e base di un sottospazio vettoriale. Esempi e proprietà. Dimensione di un sottospazio vettoriale; esempi e proprietà. Caratteristica o rango di una matrice. Calcolo della caratteristica con l'algoritmo di Gauss Jordan ~~e con il metodo~~

~~degli ortati.~~ Rette, piani ed iperpiani. Sottospazi affini. Equazioni parametriche di una retta affine e di un piano affine in  $\mathbb{R}^n$ . Equazioni parametriche della retta passante per due punti e del piano per tre punti. Equazioni cartesiane di una retta, di un piano, di un iperpiano.

#### Sistemi lineari

Teorema di Rouché-Cappelli. Risoluzione di un sistema lineare (omogeneo e non omogeneo) di  $m$  equazioni in  $n$  incognite con l'algoritmo di Gauss-Jordan. L'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo  $Ax=0$  è un sottospazio vettoriale di dimensione  $n - \text{car}(A)$ . L'insieme delle soluzioni di un sistema lineare non omogeneo  $Ax=b$  è un sottospazio affine di dimensione  $n - \text{car}(A)$  parallelo al sottospazio delle soluzioni del sistema omogeneo  $Ax=0$ .

#### Trasformazioni lineari

Trasformazioni lineari tra spazi vettoriali: esempi e controesempi. Proprietà fondamentali delle trasformazioni lineari. Nucleo e l'immagine di una trasformazione lineare. Teorema della dimensione. Trasformazione lineare associata ad una matrice. Cambio di coordinate. Matrice di una trasformazione lineare rispetto ad assegnate basi. Matrice di una trasformazione lineare di uno spazio vettoriale in sé rispetto ad una base. Matrici simili.

#### Ortogonalità

~~Sottospazio ortogonale ad un insieme e ad un sottospazio. Complemento ortogonale ad un sottospazio. Iperpiano ortogonale ad una retta, retta ortogonale ad un iperpiano. Proiezione ortogonale su un sottospazio. Caratterizzazione del nucleo e dell'immagine di una trasformazione lineare in termini di complemento ortogonale. Basi ortogonali di un sottospazio. Procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Matrici ortogonali. Esempi e proprietà.~~

#### Autovalori, autovettori,

Autovalori ed autovettori di una matrice quadrata. Molteplicità algebrica e molteplicità geometrica. Matrici simili, matrici diagonalizzabili. Significato della diagonalizzabilità. Condizioni necessarie e sufficienti per la diagonalizzabilità. Proprietà degli autovalori e degli autovettori di una matrice quadrata simmetrica. Una matrice quadrata simmetrica può essere diagonalizzata da una matrice ortogonale.

#### Forme quadratiche

Forma quadratica associata ad una matrice quadrata simmetrica. Segnatura di una matrice quadrata simmetrica. Segnatura e segno di una forma quadratica. Matrici simmetriche congruenti. ~~Legge d'inerzia di Sylvester. Riduzione in forma canonica di una matrice quadrata simmetrica o di una forma quadratica.~~ Studio della segnatura e segno di una forma quadratica mediante il segno degli autovalori, mediante il segno dei coefficienti del polinomio caratteristico e mediante il segno dei minori principali.

#### Applicazioni.

~~Risoluzione delle equazioni e dei sistemi di equazioni differenziali.~~ Matrici di covarianza e loro inverse. Disuguaglianza di Pearson.

#### **Riferimenti bibliografici e materiali didattici**

M. Brabanti, C.D. Pagani, S. Salsa: Matematica, Calcolo infinitesimale e algebra lineare, Zanichelli.

E. Schlesinger: Algebra lineare e geometria, Zanichelli.

### **Organizzazione della didattica**

- Cicli interni di lezione: NO
- Corsi integrativi: NO
- Esercitazioni: SI
- Seminari: NO
- Attività di laboratorio: NO
- Project work: NO
- Visite di studio: NO

### **Modalità di erogazione delle attività formative**

Lezioni frontali teoriche corredate da esempi ed esercizi; alcune ore vengono dedicate per intero allo svolgimento di esercizi. La didattica frontale può essere svolta anche in modalità a distanza mediante l'utilizzo di una piattaforma di didattica online.

### **Modalità di accertamento delle conoscenze**

L'esame consiste in una prova scritta e una prova orale, il voto finale è una valutazione globale delle due prove. Nella prova scritta è richiesta la risoluzione di alcuni esercizi sui vari argomenti del corso. La prova orale prevede la discussione della prova scritta e la verifica delle conoscenze su ulteriori argomenti che non sono oggetto della prova scritta: sono richieste le definizioni dei concetti e gli enunciati dei teoremi trattati nel corso. Sono altresì richieste le dimostrazioni dei principali risultati. L'ammissione alla prova orale è subordinata al raggiungimento della sufficienza nella prova scritta.

L'esame può svolgersi anche mediante l'utilizzo di tecnologie digitali. In tal caso le modalità di svolgimento dell'esame e di accertamento delle conoscenze verranno indicate sulla pagina personale del docente e sul portale del corso di studio.