

# Giochi statici e concorrenza alla Cournot

# Introduzione

- Nella maggioranza dei mercati le imprese interagiscono con *pochi concorrenti* – *mercato oligopolistico*
- Ogni impresa deve considerare le azioni delle rivali
  - *interazione strategica nei prezzi, nell'output, nella pubblicità*
- Questo tipo di interazione viene studiato con la *teoria dei giochi*
  - assume che “i giocatori” siano razionali
- Vi sono giochi *cooperativi* e giochi *non cooperativi*
  - ora ci concentriamo sui giochi non cooperativi
- Il fattore tempo è importante
  - giochi simultanei vs. giochi sequenziali

# Teorie dell' oligopolio

- Non esiste un' unica teoria
  - si impiegano gli strumenti appropriati di teoria dei giochi
  - il risultato dipende dall' *informazione* disponibile
- Dobbiamo definire un concetto di *equilibrio*
  - Ciascun giocatore (impresa?) sceglie una *strategia*
  - la combinazione delle strategie determina il *risultato*
  - il risultato determina i *pay-off* (profitti?)
- Il concetto di equilibrio venne formalizzato da Nash:  
*Nessuna impresa desidera cambiare la propria strategia attuale dato che nessun' altra impresa cambia la propria strategia attuale*

# Equilibrio di Nash

- L'equilibrio non è necessariamente “desiderabile”
  - le imprese potrebbero ottenere risultati migliori coordinandosi, ma tale coordinamento potrebbe essere impossibile (o illegale)
- Alcune strategie possono talvolta essere eliminatee
  - non sono mai buone strategie a prescindere da cosa fanno i rivali
- Queste sono le *strategie dominate*
  - non vengono mai impiegate e possono essere eliminatee
  - l'eliminazione di una strategia dominata potrebbe far sì che un'altra strategia risulti dominata: può anch'essa esser eliminata
- Una strategia potrebbe esser sempre scelta a prescindere da quel che fanno i rivali: *strategia dominante*

## Un esempio

- Due compagnie aeree
- Prezzi fissati: competono negli orari di partenza
- 70% dei consumatori preferiscono partire la sera, 30% preferiscono partire di mattina
- Se le compagnie scelgono lo stesso orario di partenza si dividono equamente il mercato
- I pay-off sono determinati dalle quote di mercato
- I pay-off sono rappresentati in una matrice dei pay-off

## Esempio 2

### *La matrice dei pay-off*

		<i>American</i>	
		<i>Mattina</i>	<i>Sera</i>
<i>Delta</i>	<i>Mattina</i>	<i>(15, 15)</i>	<i>(30, 70)</i>
	<i>Sera</i>	<i>(70, 30)</i>	<i>(35, 35)</i>

### Esempio 3

*La matrice dei pay-off*

		<i>American</i>	
			<i>Sera</i>
<i>Delta</i>			
	<i>Sera</i>		<b>(35, 35)</b>

## Esempio 4

- **Supponete ora che Delta abbia un programma per frequent flyer**
- **Quando entrambe le compagnie scelgono lo stesso orario di partenza Delta ottiene il 60% dei viaggiatori**
- **Ciò modifica la matrice dei pay-off**

## Esempio 5

*La matrice dei pay-off*

		<i>American</i>	
		<i>Mattina</i>	<i>Sera</i>
<i>Delta</i>			
	<i>Sera</i>	<b>(70, 30)</b>	<b>(42, 28)</b>

## L' equilibrio di Nash

- E se non ci fossero strategie dominate o dominanti?
- Allora dobbiamo usare il concetto di *equilibrio di Nash*
- Rendiamo il gioco delle compagnie un gioco di prezzo:
  - 60 potenziali passeggeri con un prezzo di riserva di €500
  - 120 passeggeri addizionali con un prezzo di riserva di €220
  - discriminazione di prezzo è impossibile (forse per motivi regolatori oppure perché le compagnie non san distinguere i tipi di passeggeri)
  - i costi sono €200 a passeggero a prescindere dall' orario
  - le compagnie devono scegliere o prezzo di €500 o di €220
  - se i prezzi sono uguali, i passeggeri si distribuiscono in parti uguali
  - quella a basso prezzo ottiene tutti i passeggeri
- La matrice dei pay-off ora è:

## Esempio

### *Matrice dei pay-off*

		<i>American</i>	
		$P_H = €500$	$P_L = €220$
<i>Delta</i>	$P_H = €500$	$(€9000, €9000)$	$(€0, €3600)$
	$P_L = €220$	$(€3600, €0)$	$(€1800, €1800)$

**Equilibrio di Nash**  
*valenze dei pay-off*

**Ci sono due equilibri di Nash in questa versione del gioco**

		<i>American</i>	
		$P_H = €500$	$P_L = €220$
<i>Delta</i>	$P_H = €500$	$(€9000, €9000)$	$(€0, €3600)$
	$P_L = €220$	$(€3600, €0)$	$(€1800, €1800)$

# Modelli di oligopolio

- **Esistono tre modelli principali di oligopolio**
  - **Cournot**
  - **Bertrand**
  - **Stackelberg**
- **Si distinguono in base**
  - **alla variabile strategica scelta dalle imprese**
  - **alla tempistica con cui si svolge il gioco**
- **In questa sezione ci concentriamo sul modello di Cournot**

## Il modello di Cournot

- **Cominciate con un duopolio**
- **Due imprese producono uno stesso bene (Cournot prese il caso dell'acqua minerale)**

- **La domanda per questo prodotto è**

$$P = A - BQ = A - B(q_1 + q_2)$$

dove  $q_1$  è l'output dell'impresa 1 e  $q_2$  quello della 2

- **I costi marginali sono uguali e costanti per entrambe = c**
- **Per ottenere la curva di domanda di una delle due imprese trattiamo l'output dell'altra come una costante**
- **Così anche per l'altra impresa, la domanda è perciò:**  
 $P = (A - Bq_1) - Bq_2$

## Il modello di Cournot

$$P = (A - Bq_1) - Bq_2$$

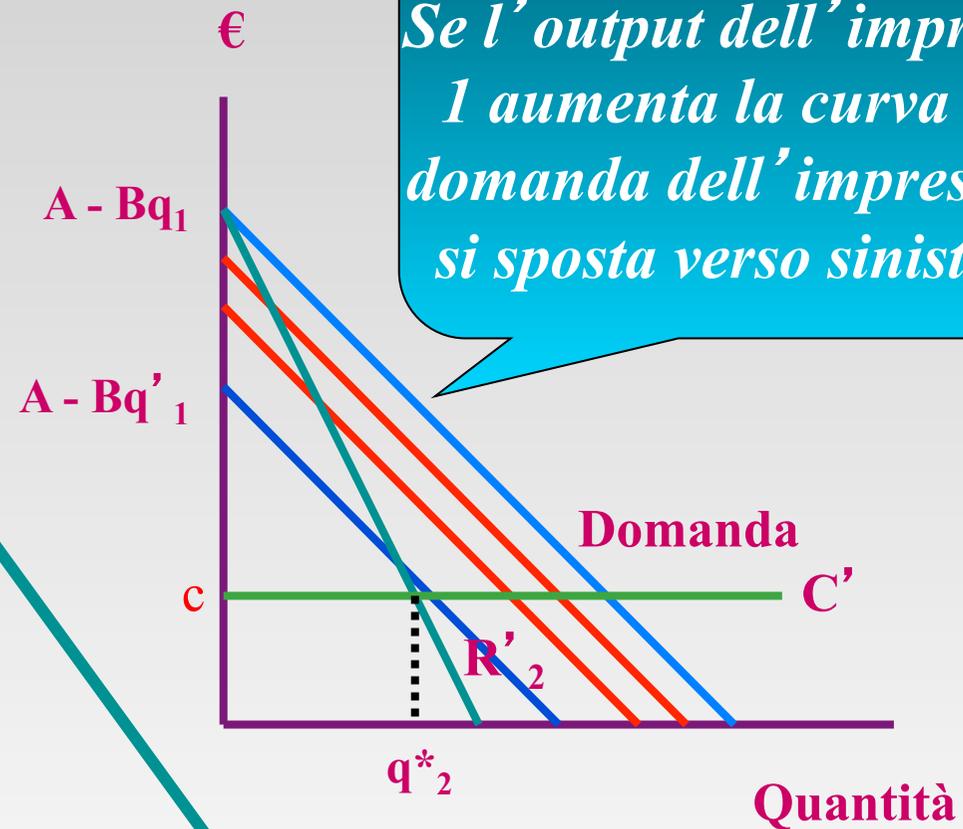
La scelta ottima per l'output dell'impresa 2 dipende dall'output dell'impresa 1

I ricavi marginali per l'impresa 2 sono:

$$R'_2 = (A - Bq_1) - 2Bq_2$$

$$R'_2 = C'$$

$$A - Bq_1 - 2Bq_2 = c \quad \therefore q^*_2 = (A - c)/2B - q_1/2$$



## Il modello di Cournot 3

$$q^*_2 = (A - c)/2B - q_1/2$$

Questa è la *funzione di reazione* dell'impresa 2

Ci dice la scelta di quantità dell'impresa 2 che massimizza i profitti data la scelta di output dell'impresa 1

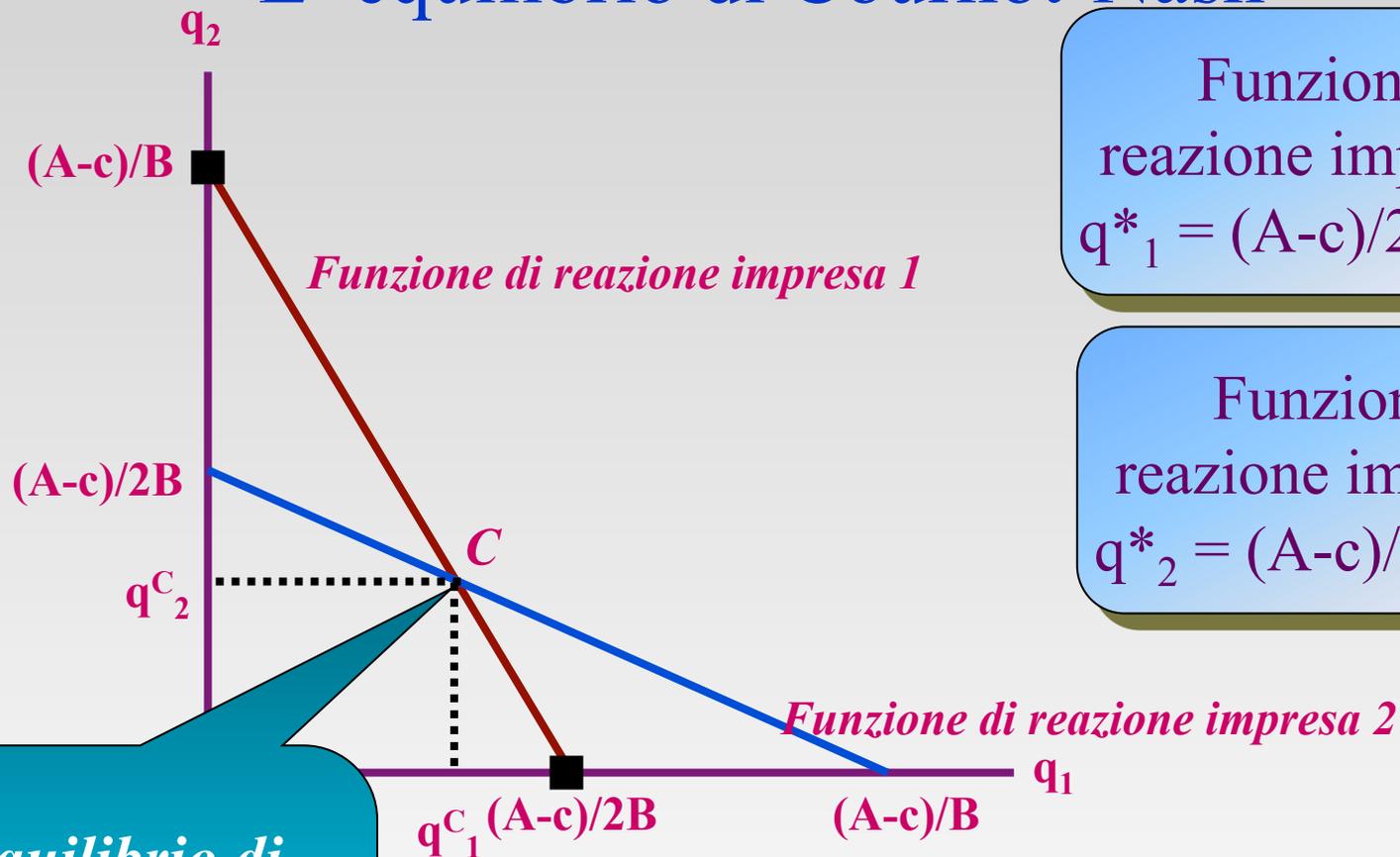
$C'$  è una funzione di reazione anche per l'impresa 1

Per lo stesso motivo, si può scrivere:

$$q^*_1 = (A - c)/2B - q_2/2$$

***L'equilibrio di Cournot-Nash richiede che entrambe le imprese siano sulle proprie funzioni di reazione***

## L'equilibrio di Cournot-Nash

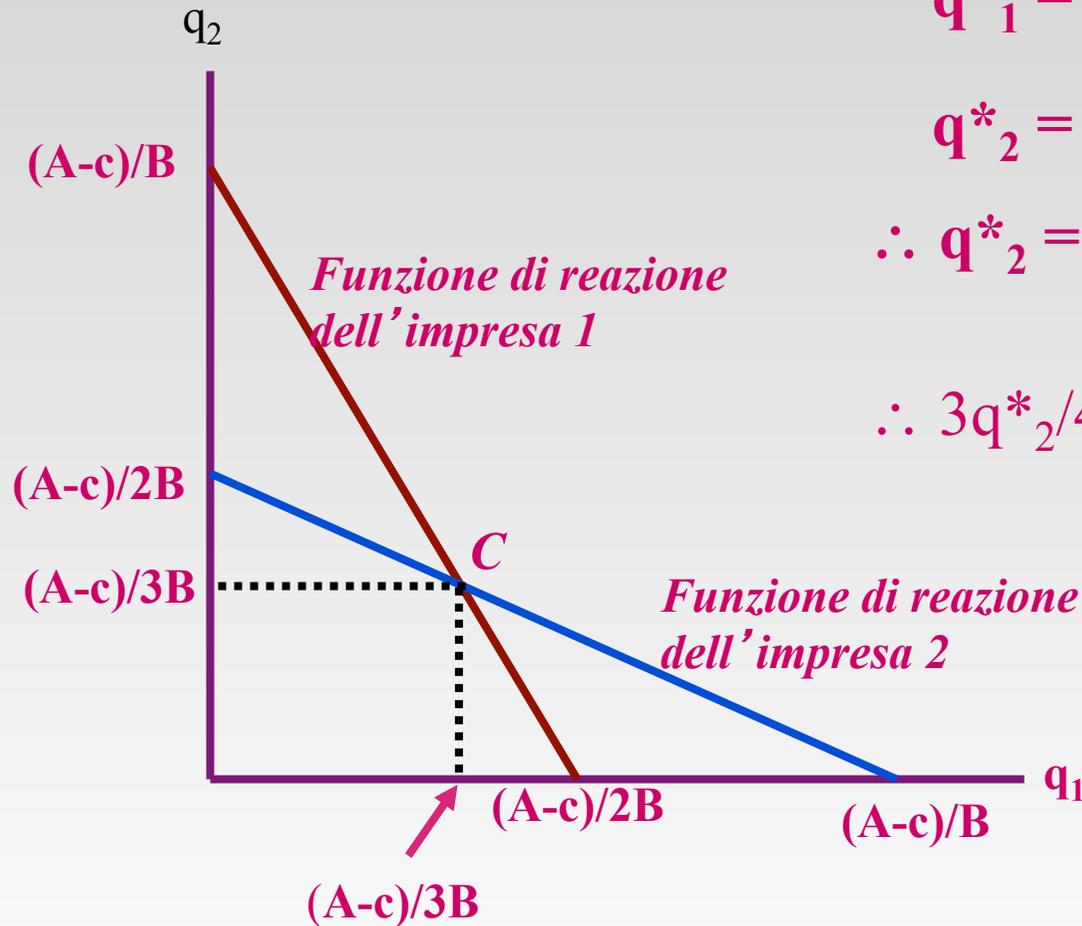


Funzione di  
reazione impresa 1:  
 $q_1^* = (A-c)/2B - q_2/2$

Funzione di  
reazione impresa 2:  
 $q_2^* = (A-c)/2B - q_1/2$

*L'equilibrio di Cournot-Nash è all'intersezione delle funzioni di reazione*

## L'equilibrio di Cournot-Nash 2



$$q_1^* = (A - c)/2B - q_2^*/2$$

$$q_2^* = (A - c)/2B - q_1^*/2$$

$$\therefore q_2^* = (A - c)/2B - (A - c)/4B + q_2^*/4$$

$$\therefore 3q_2^*/4 = (A - c)/4B$$

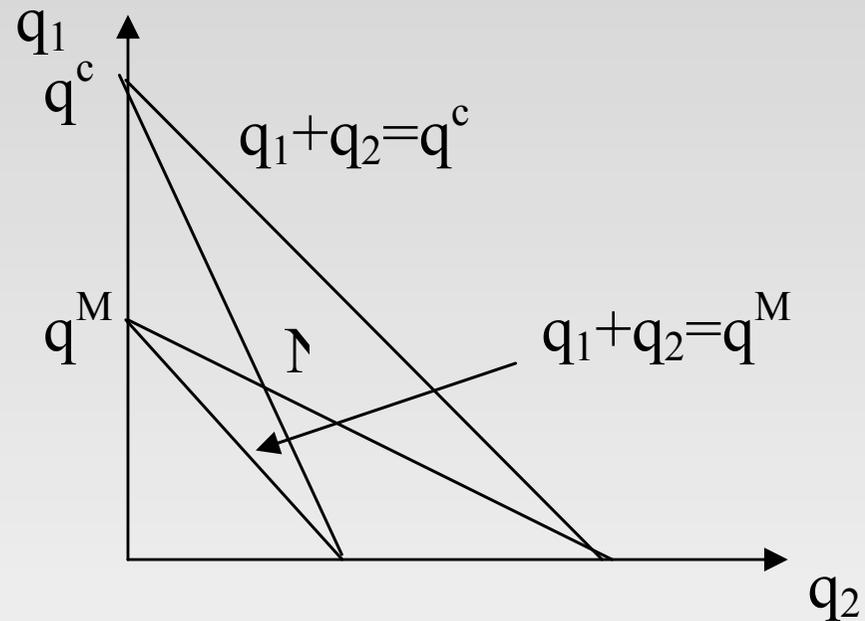
$$\therefore q_2^* = (A - c)/3B$$

$$\therefore q_1^* = (A - c)/3B$$

## L'equilibrio di Cournot-Nash 3

- In equilibrio ogni impresa produce  $q^C_2 = (A - c)/3B$
- L'output totale è dunque  $Q^* = 2(A - c)/3B$
- Ricordate che la domanda è  $P = A - BQ$
- Il prezzo di equilibrio è perciò  $P^* = A - 2(A - c)/3 = (A + 2c)/3$
- Il profitto dell'impresa 1 è  $(P^* - c)q^C_1 = (A - c)^2/9B$
- E il profitto dell'impresa 2 è lo stesso
- Un monopolista produrrebbe  $Q^M = (A - c)/2B$
- La competizione tra imprese fa sì che ci sia “sovrapproduzione”. Il prezzo è  $<$  prezzo di monopolio
- Ma l'output è comunque minore dell'output concorrenziale  $(A - c)/B$  in cui  $P = C'$

## L'equilibrio di Cournot-Nash 4



$$q_1^c + q_2^c = q^c$$
$$q_1^m + q_2^m = q^m$$

## L'equilibrio di Cournot-Nash: più imprese

- **E se ci fossero più di due imprese?**
- **L'approccio rimarrebbe lo stesso.**
- **Ci sono N identiche imprese che producono uno stesso bene**
- **L'output totale è  $Q = q_1 + q_2 + \dots + q_N$**
- **La domanda è  $P = A - BQ = A - B(q_1 + q_2 + \dots + q_N)$**
- **Considerate l'impresa 1. La sua domanda può essere scritta come:  $P = A - B(q_2 + \dots + q_N) - Bq_1$**
- **Usiamo una notazione sintetica:  $Q_{-1} = q_2 + q_3 + \dots + q_N$**
- **La domanda dell'impresa 1 è:  $P = (A - BQ_{-1}) - Bq_1$**

## Il modello di Cournot: mo

$$P = (A - BQ_{-1}) - Bq_1$$

La scelta ottima dell'output dell'impresa 1 dipende dall'output delle altre imprese

I ricavi marginali dell'impresa 1 sono:

$$R'_1 = (A - BQ_{-1}) - 2Bq_1$$

$$R'_1 = C'$$

$$A - BQ_{-1} - 2Bq_1 = c \quad \therefore q^*_1 = (A - c)/2B - Q_{-1}/2$$



*Se l'output delle altre imprese aumenta, la curva di domanda per l'impresa 1 si sposta verso sinistra*

## L' equilibrio di Cournot-Nash: molte imprese

$$q^*_1 = (A - c)/2B - Q_{-1}/2$$

$$\therefore Q^*_{-1} = (N - 1)q^*_1$$

$$\therefore q^*_1 = (A - c)/2B - (N - 1)q^*_1/2$$

$$\therefore (1 + (N - 1)/2)q^*_1 = (A - c)/2B$$

$$\therefore q^*_1(N + 1)/2 = (A - c)/2B$$

$$\therefore q^*_1 = (A - c)/(N + 1)B$$

$$\therefore Q^* = N(A - c)/(N + 1)B$$

$$\therefore P^* = A - BQ^* = (A + Nc)/(N + 1)$$

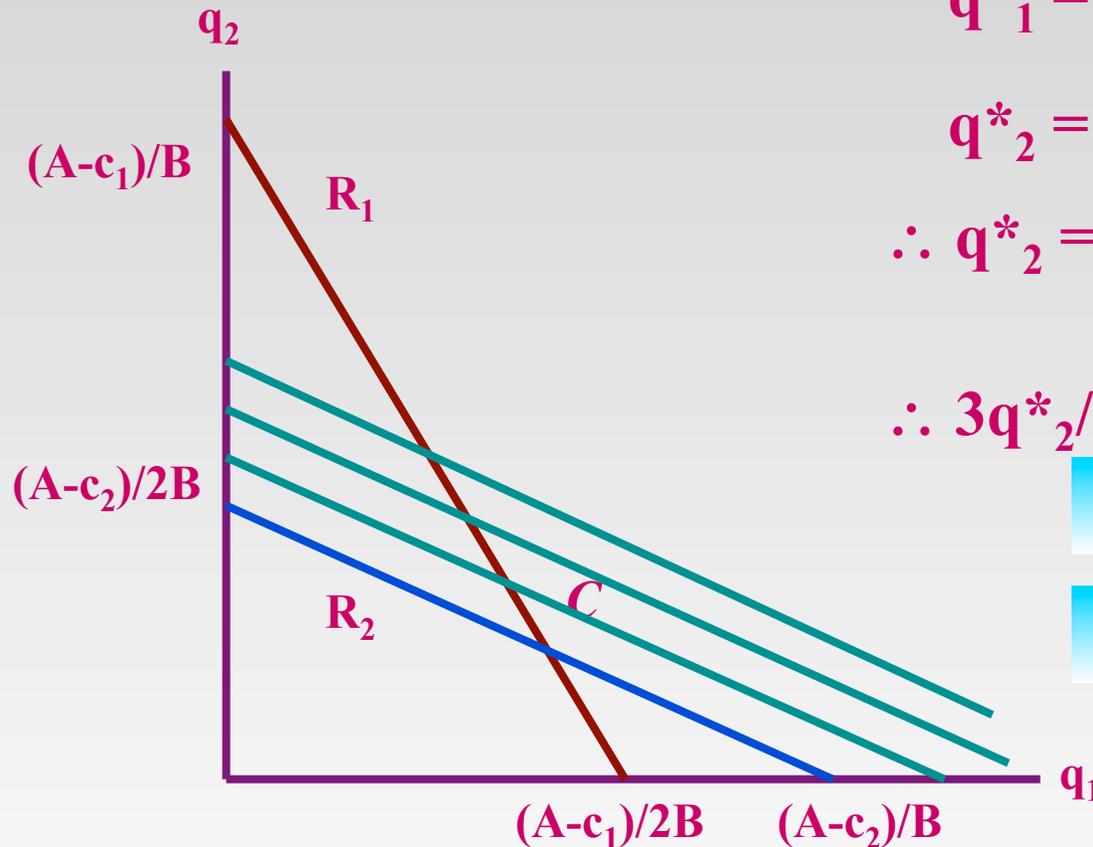
$$\text{Profitti impresa 1: } (P^* - c)q^*_1 = (A - c)^2/(N + 1)^2B$$

## L'equilibrio di Cournot-Nash: costi differenti

- **E se le imprese avessero costi differenti?**
- **Buona parte dell'analisi fin qui vista si può impiegare**
- **I costi marginali dell'impresa 1 sono  $c_1$ , e sono  $c_2$  per l'impresa 2.**
- **La domanda è  $P = A - BQ = A - B(q_1 + q_2)$**
- **Come prima abbiamo ricavi marginali per l'impresa 1**
- **$R'_1 = (A - Bq_2) - 2Bq_1$**
- **Uguagliate ai costi marginali:  $(A - Bq_2) - 2Bq_1 = c_1$** 
  - **$\therefore q^*_1 = (A - c_1)/2B - q_2/2$**
  - **$\therefore q^*_2 = (A - c_2)/2B - q_1/2$**

# L'equilibrio di Cournot-Nash: costi differenti

2



$$q^*_1 = (A - c_1)/2B - q^*_2/2$$

$$q^*_2 = (A - c_2)/2B - q^*_1/2$$

$$\therefore q^*_2 = (A - c_2)/2B - (A - c_1)/4B + q^*_2/4$$

$$\therefore 3q^*_2/4 = (A - 2c_2 + c_1)/4B$$

$$\therefore q^*_2 = (A - 2c_2 + c_1)/3B$$

$$\therefore q^*_1 = (A - 2c_1 + c_2)/3B$$

## L' equilibrio di Cournot-Nash: costi differenti

### 3

- **In equilibrio le imprese producono**  
 $q^C_1 = (A - 2c_1 + c_2)/3B$ ;  $q^C_2 = (A - 2c_2 + c_1)/3B$
- **L' output totale è  $Q^* = (2A - c_1 - c_2)/3B$**
- **Ricordate che la domanda è  $P = A - B.Q$**
- **Il prezzo è  $P^* = A - (2A - c_1 - c_2)/3 = (A + c_1 + c_2)/3$**
- **Profitti impresa 1:  $(P^* - c_1)q^C_1 = (A - 2c_1 + c_2)^2/9B$**
- **Profitti impresa 2:  $(P^* - c_2)q^C_2 = (A - 2c_2 + c_1)^2/9B$**
- **La quantità d' equilibrio è inferiore a quella concorrenziale**
- **Si produce inefficientemente: l' impresa a basso costo dovrebbe produrre tutto l' output**

## Concentrazione e redditività

- Assumete  $N$  imprese con differenti costi marginali
- Possiamo usare l'analisi a  $N$  imprese con un accorgimento
- La domanda per l'impresa 1 è  $P = (A - BQ_{-1}) - Bq_1$
- Allora la domanda per l'impresa  $i$  è  $P = (A - BQ_{-i}) - Bq_i$
- Uguagliate MR $_i$  ai costi marginali  $c_i$

$$A - BQ_{-i} - 2Bq_i = c_i$$

Dunque possiamo ricavare l'equilibrio:

$$A - B(Q_{-i}^* + q_i^*) - Bq_i^* - c_i = 0$$

$$\therefore P^* - Bq_i^* - c_i = 0 \quad \therefore P^* - c_i = Bq_i^*$$

$$\text{Ma } Q_{-i}^* + q_i^* = Q^* \\ \text{e } A - BQ^* = P^*$$

## Concentrazione e redditività

$$P^* - c_i = Bq_i^*$$

Dividete per  $P^*$  e moltiplicate il termine di destra per  $Q^*/Q^*$

$$\frac{P^* - c_i}{P^*} = \frac{BQ^*}{P^*} \frac{q_i^*}{Q^*}$$

Ma  $BQ^*/P^* = 1/\eta$  e  $q_i^*/Q^* = s_i$

perciò: 
$$\frac{P^* - c_i}{P^*} = \frac{s_i}{\eta}$$

Estendendo questo risultato abbiamo

$$\frac{P^* - \bar{c}}{P^*} = \frac{H}{\eta}$$