Sul numero *e*, di Nepero

Sia $f : N \rightarrow R$, una successione di numeri reali, con $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$;

si osserva che tale successione è strettamente crescente, ovvero

$$\forall n_1, n_2 \in N \text{ con } n_1 < n_2 \text{ risulta } x_{n_1} < x_{n_2} \Leftrightarrow \left(1 + \frac{1}{n_1}\right)^{n_1} < \left(1 + \frac{1}{n_2}\right)^{n_2};$$

ed inoltre limitata superiormente, ovvero

$$\underset{n \in N}{Sup}\, x_n = k \in R$$

Sia $g : N \rightarrow R$, una successione di numeri reali, con $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$;

si osserva che tale successione è strettamente decrescente, ovvero

$$\forall n_1, n_2 \in N \text{ con } n_1 < n_2 \text{ risulta } x_{n_1} > x_{n_2} \Leftrightarrow \left(1 + \frac{1}{n_1}\right)^{n_1+1} > \left(1 + \frac{1}{n_2}\right)^{n_2+1};$$

ed inoltre limitata inferiormente, ovvero

$$\underset{n \in N}{Inf}\, x_n = h \in R$$

ed infine risulta che le due successioni sono contigue, quindi $k = h$, e tale unico elemento separatore risulta appunto il numero di Nepero, *e*.