Sul limite di una funzione periodica quando si tende all'infinito

Consideriamo la funzione *seno*, definita in *R*, pertanto con dominio illimitato, quindi avrebbe senso calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to +\infty} senx$$

Servendoci del Teorema del limite della restrizione di una funzione:

Sia $f : X \to R$ e sia $Y \subseteq X$, se $\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = L$ allora $\exists \lim_{x \to x_0} f_Y(x) = L$

il quale afferma che nell'ipotesi esiste il limite della funzione per $x \to x_0$ allora per ogni restrizione della stessa esisterà il limite per $x \to x_0$ ed avrà stessa convergenza o divergenza.

Se ora consideriamo i seguenti due insiemi di *R*

$$Y_1 = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z \right\}$$

$$Y_2 = \{ \pi + 2k\pi, k \in Z \}$$

e se consideriamo la restrizione della funzione *seno* rispettivamente ai due sottoinsiemi, risulta

$$sen_{Y_1} x = 1 \text{ ed } sen_{Y_2} x = 0 \,,$$

ovvero due costanti

Si osserva che i due sottoinsieme di *R* sono illimitati pertanto ha senso calcolare il limite in più infinito, e risulta

$$\lim_{x \to +\infty} sen_{Y_1} x = 1 \text{ ed } \lim_{x \to +\infty} sen_{Y_2} x = 0$$

ovvero due limiti diversi, quindi non possiamo affermare che esiste $\lim_{x \to +\infty} senx$ altrimenti avremmo dovuto avere per ogni restrizione, lo stesso limite,

pertanto possiamo affermare che

$$\nexists \lim_{x \to +\infty} senx$$