

Si dimostra che $\sqrt{2} \notin \mathcal{Q}$.

Se volessimo misurare la diagonale di un quadrato di lato pari a 1, servendoci del Teorema di Pitagora, si ha: $d^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow d^2 = 2 \Leftrightarrow d = \sqrt{2}$. Ipotizziamo per assurdo che $\sqrt{2} \in \mathcal{Q}$ e poniamo $d = \frac{m}{n} \in \mathcal{Q}$ con $\frac{m}{n}$ ridotto ai minimi termini, quindi non più divisibile.

Quindi avremo $\sqrt{2} = d = \frac{m}{n} \Leftrightarrow 2 = d^2 = \left(\frac{m}{n}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{m^2}{n^2} = 2 \Leftrightarrow m^2 = 2n^2$, per cui da quest'ultima equazione risulta che m^2 è pari ed ovviamente anche m .

Pertanto possiamo porre $m = 2k$ e conseguentemente l'equazione $m^2 = 2n^2$ la possiamo scrivere $4k^2 = 2n^2 \Leftrightarrow 2k^2 = n^2$ quindi anche n^2 è pari ed ovviamente anche n .

Quindi se poniamo $n = 2h$ ne consegue che $\frac{m}{n} = \frac{2k}{2h}$ quindi ancora divisibile, ed ovviamente tale ragionamento può essere ripetuto ponendo ancora $d = \frac{k}{h} \in \mathcal{Q}$ infinite volte, pertanto resta dimostrato che $\sqrt{2} \notin \mathcal{Q}$.