

Esercitazione n. 13

1) Studiare i seguenti sistemi, nella variabile k :

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \\ k & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ ed } \alpha = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & k \\ -2 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ ed } \alpha = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & k \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ed } \alpha = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } A = \begin{pmatrix} k & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & k & -2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ ed } \alpha = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ k & 0 & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ ed } \alpha = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\text{f) } A = \begin{pmatrix} k & 1 \\ 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ ed } \alpha = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\text{g) } A = \begin{pmatrix} k & 1 & 0 \\ 0 & 2 & k \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ed } \alpha = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

2) Determinare le seguenti operazioni tra matrici:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ determinare $A^{-1}B$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & k & 1 & 2 \\ 0 & 1 & k & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} k & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & k \end{pmatrix}$ determinare $(AB^T)^{-1}$

c) $A = \begin{pmatrix} k & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & k \end{pmatrix}$ determinare la caratteristica al variare di k ed A^{-1}

3) Date le seguenti funzioni, trovare il loro gradiente ed eventuali punti stazionari:

a) $f(x, y) = \log(xy^2 - x^2y)$.

b) $f(x, y) = \log(x^2y^2 - x^2y)$.

c) $f(x, y) = x^2y^2 - x^2y$.

d) $f(x, y) = 2x^2y - x^3y + xy$.

e) $f(x, y) = 2x^2y - 2x^3y^2 + 2xy$.

4) Date le seguenti funzioni, trovare eventuali punti stazionari e classificarli:

a) $f(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$.

b) $f(x, y) = x^3 - x^2y^2 + x^2$.

c) $f(x, y) = -2x^2 - 2xy - 2y^2 + 36x + 42y - 158$

d) $f(x, y) = x^3 - x^2 - y^2 + 8$.

e) $f(x, y) = 2x^3 - 3xy + 2y^2$.

5) Date le seguenti funzioni trovare e classificare gli eventuali punti stazionari, nel rispetto dei vincoli, riportando la funzione ad una variabile:

a) $\pi(x, y) = -0.04x^2 - 0.01xy - 0.01y^2 + 11x + 7y - 500$; con vincolo $x + y = 100$.

b) $f(x, y) = x^2 + y^2 + y - 1$; con vincolo $x^2 + y^2 = 1$, e con $\{x, y\} \in [-1, 1]$.

c) $C(x, y, z) = 8 + \frac{x^2}{4} + 5 + \frac{y^2}{2} + y + 4 + 2z$; con vincolo $x + y + z = 80$.

d) $g(x, y, z) = 4x^2 - 2xy + 2y^2 + 3x + 7y - 2z$; con vincolo $x - y + z = 100$.

e) $\pi(x, y) = -0.2x^2 + 0.02xy - 0.01y^2 + 10x + 5y - 50$; con vincolo $x - y = 20$.

6) Date le seguenti funzioni, servendosi della funzione lagrangiana, trovare eventuali punti stazionari nel rispetto dei vincoli assegnati:

a) $\pi(x, y) = -0.04x^2 - 0.01xy - 0.01y^2 + 11x + 7y - 500$; con vincolo $x + y = 100$.

b) $f(x, y) = x^2 + y^2 + y - 1$; con vincolo $x^2 + y^2 = 1$, e con $\{x, y\} \in [-1, 1]$.

c) $C(x, y, z) = 8 + \frac{x^2}{4} + 5 + \frac{y^2}{2} + y + 4 + 2z$; con vincolo $x + y + z = 80$.

d) $g(x, y, z) = 4x^2 - 2xy + 2y^2 + 3x + 7y - 2z$; con vincolo $x - y + z = 100$.

e) $\pi(x, y) = -0.2x^2 + 0.02xy - 0.01y^2 + 10x + 5y - 50$; con vincolo $x - y = 20$.