Esercitazione n. 07

1) Determinare, dopo averne giustificata l'esistenza, un punto di approssimazione delle seguenti equazioni:

a) $f(x) = 2x - \sqrt[3]{x} = 0$, nell'intervallo $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ con un errore $\in \leq 10^{-1}$.

b) $f(x) = \sqrt{x} + x^2 - 3 = 0$, nell'intervallo $[1,2]$ con un errore $\in \leq 7^{-1}$.

c) $f(x) = x^3 - 2x + 2 = 0$, nell'intervallo $[-2,-1]$ con un errore $\in \leq 8^{-1}$.

d) $f(x) = xe^x = 0$, nell'intervallo $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right]$ con un errore $\in \leq 9^{-1}$.

2) Dopo aver individuato il punto di discontinuità delle seguenti funzioni, classificarlo:

a) $f(x) = \begin{cases} e^{x-1} & \text{se } x \geq 1 \\ arctg\, \dfrac{1}{x-1} & \text{se } x < 1 \end{cases}$.

b) $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & \text{se } x > 0 \\ \cos x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$.

c) $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} + x & \text{se } x < 0 \\ \cos x & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$.

d) $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} + 1 & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \cos x & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

e) $f(x)=\begin{cases} -\dfrac{\pi}{2} & \text{se } x>-1 \\ 0 & \text{se } x=-1 \\ arc\cot g\,\dfrac{1}{x+1} & \text{se } x<-1 \end{cases}.$

f) $f(x)=\begin{cases} e^{\frac{1}{|x|}} & \text{se } x\neq 0 \\ 1 & \text{se } x=0 \end{cases}.$

g) $f(x)=\begin{cases} \log(x-1) & \text{se } x>1 \\ 0 & \text{se } x=1 \end{cases}$

3) Dopo aver definito l'insieme di definizione, riportare l'equazione degli eventuali asintoti delle seguenti funzioni:

a) $f(x)=\dfrac{-2x+1}{\dfrac{x}{2}-1}.$

b) $f(x)=\dfrac{-x+2}{-\dfrac{x+1}{3}}.$

c) $f(x)=\dfrac{-x^2+2}{\dfrac{x+1}{2}}.$

d) $f(x)=\dfrac{2x^3+2x-1}{(x-1)^2}.$

e) $f(x)=\dfrac{\log(x+1)}{x-1}.$

4) Date le seguenti funzioni, verificare la loro derivabilità, classificando eventuali punti di non derivabilità:

a) $f(x)=|x|,\ \forall x\in R.$

b) $f(x)=\sqrt[3]{x}$, $\forall x \in R$.

c) $f(x)=\sqrt{|x|}$, $\forall x \in R$.

d) $f(x)=\left|x^2-1\right|$, $\forall x \in R$.

e) $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & \text{se } x<1 \\ 3x-1 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$, $\forall x \in R$.

5) Date le seguenti funzioni, dopo aver verificato che sia possibile, riportare l'equazione della tangente sulla funzione nel punto $(x_0, f(x_0))$:

a) $f(x)=\log(x+1)$, in $x_0=2$.

b) $f(x)=\sqrt{x^2-1}$, in $x_0=\frac{4}{3}$.

c) $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$, in $x_0=-1$.

d) $f(x)=arcsen(2x+1)$, in $x_0=-\frac{1}{2}$.

e) $f(x)=\cos 2x$, in $x_0=\frac{\pi}{2}$.

6) Date le seguenti funzioni, studiare la loro monotonia:

a) $f(x)=x-\log(x+1)$.

b) $f(x)=\frac{2x^2+x-1}{2x-1}$.

c) $f(x)=\frac{x^2+x+1}{2x+1}$.

d) $f(x) = arcsen(x-1)$.

e) $f(x) = arctg(x+1)$.