Teoremi su limiti (solo enunciato)

I Teorema del confronto

Sia $f : X \to R$, *sia* $g : X \to R$

sia $x_0 \in \hat{R}$ in cui è possibile effettuare il limite su X

siano $L, M \in \hat{R}$

se

$$\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = L \quad \text{ed } \exists \lim_{x \to x_0} g(x) = M \quad \text{e risulta che } L < M$$

allora

$$\exists I_{x_0} \quad \text{t.c. } \forall x \in (X - \{x_0\}) \cap I_{x_0} \text{ risulta } f(x) < g(x).$$

II Teorema del confronto

Sia $f : X \to R$, *sia* $g : X \to R$

sia $x_0 \in \hat{R}$ in cui è possibile effettuare il limite su X

siano $L, M \in \hat{R}$

se

$$\exists I_{x_0} \quad \text{t.c. } \forall x \in (X - \{x_0\}) \cap I_{x_0} \text{ risulta } f(x) \le g(x).$$

e se

$$\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = L \quad \text{ed } \exists \lim_{x \to x_0} g(x) = M$$

allora

$$L \le M .$$

Teorema della permanenza del segno

Sia $f : X \to R$,

sia $x_0 \in \hat{R}$ in cui è possibile effettuare il limite su X

sia $L \in \hat{R}$

se

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L < 0$$

allora

$$\exists I_{x_0} \text{ t.c. } \forall x \in (X - \{x_0\}) \cap I_{x_0} \text{ risulta } f(x) < 0 .$$

Teorema sul limite delle funzioni composte

Sia $f : X \to Y$, *sia* $g : Y \to R$

sia $x_0 \in \hat{R}$ in cui è possibile effettuare il limite su X

sia $y_0 \in \hat{R}$ in cui è possibile effettuare il limite su Y

sia $L \in \hat{R}$

se

$$\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = y_0 \text{ ed } \exists \lim_{y \to y_0} g(y) = L$$

e se

$$\exists I_{x_0} \text{ t.c. } \forall x \in (X - \{x_0\}) \cap I_{x_0} \text{ risulta: } f(x) \neq y_0$$

allora

$$\exists \lim_{x \to x_0} g(f(x)) = L .$$

Teorema sul limite della funzione reciproca

Sia $f : X \to R$,

sia $x_0 \in \hat{R}$ in cui è possibile effettuare il limite su X

sia $L \in \hat{R} - \{0\}$

se

$$\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = L$$

allora

$$\exists \lim_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{L} .$$

Teorema sul limite della funzione reciproca con forma indeterminata

Sia $f : X \to R$,

sia $x_0 \in \hat{R}$ in cui è possibile effettuare il limite su X

se

$$\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = 0 \text{, con } f(x) \neq 0,\ \forall x \in X - \{x_0\}$$

e se

$$\exists I_{x_0} \text{ t.c. } \forall x \in (X - \{x_0\}) \cap I_{x_0} \text{ risulta: } f(x) > 0$$

allora

$$\exists \lim_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty .$$

oppure, **e se**

$$\exists I_{x_0} \ \text{ t.c. } \ \forall x \in \left(X - \{x_0\}\right) \cap I_{x_0} \ \text{ risulta: } \ f(x) < 0$$

allora

$$\exists \lim_{x \to x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty .$$