

## Esercitazione n. 02

**I.** Data la funzione  $f : Z \rightarrow R$  con  $f(x) = x^2$ , rispondere alle seguenti domande, motivandone le risposte:

- a) Cosa si intende con  $f(Z)$ .
- b) Dire se la funzione  $f$  è iniettiva.
- c) Dire se la funzione  $f$  è surgettiva.
- d) Dire se la funzione  $f$  è invertibile.

**II.** Data la funzione  $g : N \rightarrow Z$  con  $g(x) = x^2$ , rispondere alle seguenti domande, motivandone le risposte:

- a) Dire se la funzione  $g$  è iniettiva.
- b) Dire se la funzione  $g$  è surgettiva.
- c) Dire se la funzione  $g$  è invertibile.
- d) Nel caso non lo fosse, cosa si potrebbe fare per renderla invertibile.

**III.** Sia  $f : ]0,2] \rightarrow R$  con  $f(x) = 2x + 1$ , rispondere alle seguenti domande, motivandone le risposte:

- a) Dire se la funzione  $f$  è limitata.
- b) Dire se la funzione  $f$  è dotata di minimo.
- c) Dire se la funzione  $f$  è dotata di massimo.
- d) Dire se la funzione  $f$  è dotata di estremo inferiore.

- e) Dire se la funzione  $f$  è dotata di estremo superiore.
- f) Dire se è possibile rendere la funzione  $f$  invertibile
- g) Nel caso, riportare la relativa funzione inversa  $f^{-1}$

**IV.** Sia  $f : ]0,2] \rightarrow \mathbb{R}$ , con  $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{se } x \in ]0,1] \\ x+1 & \text{se } x \in ]1,2] \end{cases}$  **rispondere alle seguenti domande,**

**motivandone le risposte:**

- a) Dire se la funzione  $f$  è iniettiva.
- b) Dire se la funzione  $f$  è surgettiva.
- c) Dire se la funzione  $f$  è invertibile.
- d) Nel caso  $f$  non fosse invertibile, dire se è possibile renderla tale.
- e) Riportare, nel caso fosse possibile, la funzione  $f^{-1}$
- f) Dire se la funzione  $f$  è dotata di massimo.
- g) Dire se la funzione  $f$  è dotata di estremo superiore.

**V.** Sia  $f : \rightarrow \begin{cases} 2x+1 & \text{se } x \in ]0,1] \\ \frac{x}{2}-1 & \text{se } x \in ]1,2] \end{cases}$ , **rispondere alle seguenti domande, motivandone le**

**risposte:**

- a) Dire se la funzione  $f$  è strettamente crescente.
- b) Dire se la funzione  $f$  è dotata di minimo.
- c) Dire se la funzione  $f$  è dotata di massimo.
- d) Dire se la funzione  $f$  è dotata di estremo superiore.
- e) Dire se la funzione  $f$  è dotata di estremo inferiore.

**VI.** Date le funzioni:  $f : X \rightarrow Y$  con  $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ , e  $g : Y \rightarrow T$  con  $g(y) = 2y + 1$ ,

**rispondere alle seguenti domande:**

a) Riportare l'eventuale funzione composta  $g \circ f$ .

b) Riportare l'eventuale funzione composta  $f \circ g$ .

c) Riportare l'eventuale funzione  $f^{-1} \circ g^{-1}$ .

d) Riportare l'eventuale funzione  $g^{-1} \circ f^{-1}$ .

e) Verificare che  $(g \circ g^{-1})(z) = z$ .

f) Verificare che  $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ .