

Nome docente	Valeria Luisi
Corso di laurea	Scienze Statistiche
Insegnamento	Istituzioni di Analisi Matematica
Anno accademico	2020/2021
Periodo di svolgimento	I semestre
Crediti formativi universitari (CFU)	10
Settore scientifico disciplinare	MAT/05
Pagina web docente	

Pre-requisiti

Elementi di teoria degli insiemi: inclusione tra insiemi, insieme vuoto. Unione, intersezione, differenza e prodotto cartesiano di due insiemi.

Proprietà delle potenze e delle radici. Monomi e polinomi e relative operazioni; prodotti notevoli, teorema di Ruffini, fattorizzazione dei polinomi. Equazioni e disequazioni di I e II grado. Sistemi di due equazioni in due incognite.

Riferimento cartesiano sulla retta e nel piano. Distanza tra due punti. Punto medio di un segmento. Equazione della retta. Coefficiente angolare. Condizione di parallelismo e di ortogonalità tra due rette.

Conoscenze e abilità da acquisire (Obiettivi)

Il corso si propone di potenziare ed affinare le capacità logiche e il senso critico dello studente, abituarlo ad esprimersi con precisione e proprietà di linguaggio, fornire gli strumenti del calcolo infinitesimale, differenziale ed integrale, utili per affrontare con successo altri insegnamenti del corso di laurea e la successiva attività professionale di statistico.

Programma dettagliato

1. PRELIMINARI

Concetto di funzione; funzioni iniettive, suriettive, funzioni invertibili. Funzione inversa di una funzione invertibile. Funzione composta

2. I NUMERI REALI

Struttura algebrica e relazione di ordine sull'insieme \mathbf{R} dei numeri reali. L'assioma di completezza. Valore assoluto di un numero reale: proprietà. Minorante, maggiorante, minimo, massimo, estremo superiore ed inferiore di una parte di \mathbf{R} . Sottoinsiemi contigui di \mathbf{R} .

3. FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE

Generalità sulle funzioni reali di una variabile reale. Minoranti, maggioranti, minimo, massimo, estremo inferiore e superiore di una funzione reale. Funzioni crescenti o decrescenti. Funzioni convesse o concave. Successioni di numeri reali, successioni definite per ricorrenza. Successioni crescenti o decrescenti.

4. LE FUNZIONI ELEMENTARI

Funzioni lineari affini, ($y=mx+q$); funzioni quadratiche, ($y=ax^2+bx+c$); funzione potenza n -sima, funzione radice n -sima, funzione potenza p -sima. Funzione esponenziale in base a e funzione logaritmo in base a . Funzioni circolari ($sen, cos, tg, cotg$) e circolari inverse ($arcsen, arccos, arctg, arccotg$). Equazioni e disequazioni.

5. LIMITI DELLE FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE REALE

Intorno di un numero reale, di $+\infty$ o di $-\infty$. Punto di accumulazione per una parte di \mathbf{R} . Limite di una successione. Limite di una funzione per x che tende ad x_0 , a $+\infty$ o a $-\infty$. Limite da destra e limite da sinistra. Funzioni continue in un punto e in un insieme. Punti di discontinuità (di I, II e III specie).

Teorema di unicità del limite. Carattere locale del limite. Limite della restrizione. Il limite esiste se e solo se i limiti destro e sinistro esistono e coincidono. Teorema di permanenza del segno. Teorema del confronto. Prolungamento delle disuguaglianze. Criterio di divergenza. Teorema dei carabinieri.

Limiti della funzione somma, prodotto e rapporto, continuità della funzione somma, prodotto e rapporto. Forme indeterminate. Limiti delle funzioni monotone. Criterio di continuità delle funzioni monotone. Continuità delle funzioni elementari. Limiti delle funzioni elementari. Limite delle successioni monotone. Numero di Nepero. Limite della funzione composta.

Limiti notevoli. Il principio di sostituzione. Teoremi fondamentali sulle funzioni continue: teorema degli zeri, di Bolzano, di Weierstrass, di Cantor.

6. CALCOLO DIFFERENZIALE

Definizione di funzione derivabile e di derivata. Derivata destra e sinistra. Significato geometrico della derivata. Punti angolosi o cuspidali. Derivate di ordine superiore. Derivata delle funzioni elementari. La derivabilità implica la continuità. Derivata delle funzioni somma, prodotto, rapporto di funzioni derivabili. Derivata della funzione composta e della funzione inversa.

Funzioni monotone in un punto: definizione, condizione necessaria e condizione sufficiente. Punto di minimo o massimo relativo di una funzione. Teorema di Fermat e sue varianti. Teoremi di Rolle, di Cauchy e di Lagrange. Condizioni necessarie e sufficienti perché una funzione sia costante, crescente, decrescente, strettamente crescente o strettamente decrescente in un intervallo. Condizione sufficiente del II ordine perché un punto sia punto di minimo o massimo relativo.

I e II teorema di De L'Hopital. Funzioni convesse, concave, strettamente convesse e strettamente concave in un intervallo: definizione, condizioni necessarie e sufficienti, condizioni sufficienti. Punti di flesso. Asintoti. Studio del grafico di una funzione.

Formula di Taylor con il resto in forma di Peano e in forma di Lagrange. Condizione sufficiente di ordine superiore al II perché x_0 sia punto di minimo o massimo relativo. Stima dell'errore dell'approssimazione.

7. CALCOLO INTEGRALE

Somme inferiori e superiori di una funzione limitata. Funzioni integrabili secondo Riemann e loro integrale. Esempi di funzioni integrabili e non integrabili. Criteri di integrabilità. Integrabilità delle funzioni monotone. Integrabilità delle funzioni continue. Somme di Cauchy e integrale. Proprietà dell'integrale. Area del rettangoloide e del dominio normale. Teorema della media.

Nozione di primitiva. Proprietà delle primitive. Teorema di Torricelli-Barrow. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Integrale indefinito. Integrali indefiniti immediati. Integrazione indefinita (e definita) per parti e per sostituzione. Integrale indefinito delle funzioni razionali e di alcune funzioni irrazionali. Definizione di integrale improprio: esempi e proprietà.

8. I NUMERI COMPLESSI

Forma algebrica e forma trigonometrica. Formule di De Moivre. Potenza n-esima e radici n-esime. Teorema fondamentale dell'algebra. Fattorizzazione di un polinomio. Limite di una successione di numeri complessi. Funzioni di una variabile reale a valori complessi: limite, continuità, derivata, primitiva, integrale indefinito. Esponenziale di un numero complesso. Formule di Eulero. Integrazione con le formule di Eulero.

Riferimenti bibliografici

M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa: *Matematica, Calcolo infinitesimale e algebra lineare*, ZANICHELLI (2004)

S. Salsa, A. Squellati: *Esercizi di Matematica, Calcolo infinitesimale e algebra lineare*, ZANICHELLI (2001)

P. Marcellini, C. Sbordone: *Esercitazioni di Matematica, Vol I, Parte I e Parte II*, LIGUORI

Organizzazione della didattica

- Cicli interni di lezione: No
- Corsi integrativi: No
- Esercitazioni: Sì
- Seminari: No
- Attività di laboratorio: No
- Project work: No
- Visite di studio: No

Modalità di erogazione delle attività formative:

Lezioni frontali e numerose esercitazioni sugli argomenti affrontati a lezione.

Modalità di accertamento delle conoscenze:

L'esame di profitto prevede una prova scritta ed una prova orale.

Nella prova scritta si richiede allo studente di risolvere alcuni esercizi, in modo da poter accertare che lo studente abbia assimilato gli strumenti del calcolo infinitesimale, differenziale ed integrale; si tratta di argomenti ampiamente sviluppati a lezione e su cui sono state svolte numerose esercitazioni.

Il superamento della prova scritta è un prerequisito per il passaggio alla prova orale, in cui verrà chiesto allo studente di dare alcune definizioni, alcuni enunciati e la dimostrazione di alcuni teoremi.

Il voto finale è ottenuto in base ad una valutazione complessiva della preparazione evidenziata in entrambe le prove.